

جزوه دستنویس درس مهندسی زلزله

نوت برداری شده از کلاس درس مهندسی زلزله تدریس شده توسط مهندس حمید آبرفت

دانشگاه آزاد اسلامی واحد همدان

گروه عمران

1388

WWW.irsnsaze.com

با تشکر از آقای ابوالفضل اکبری برای در اختیار قرار دادن این جزوه

هشدار: این جزوه توسط مدرس درس مورد بازبینی قرار نگرفته است و ممکن است ایراداتی هم در آن وجود داشته باشد. استفاده از مطالب ارایه شده با مسئولیت فرد استفاده کننده خواهد بود.

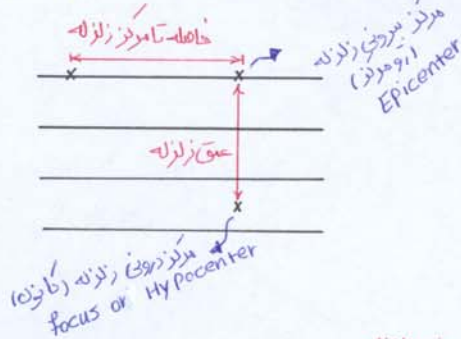
کلیه حقوق این اثر مربوط به مدرس درس ، آقای مهندس حمید آبرفت است. هرگونه استفاده و تکثیر به هر شکل از این جزوه تنها با ذکر نام نویسنده و ذکر منبع جزوه (سایت ایران سازه) امکانپذیر است

WWW.iransaze.com

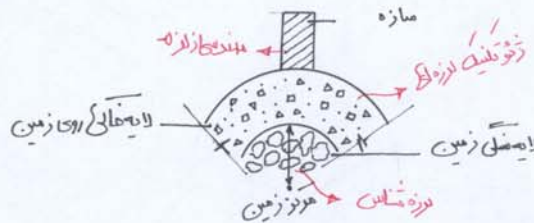
Earthquake Engineering

مهندسی زلزله (EQE)

- مهندسی زلزله به زلزله‌های شدید و باعث خرابی می‌شود، توجه می‌کند و زلزله وقتی از زیر مایع دارد با محیط زلزلی تداخل پیدا کند.



لرزه سانس
- شب زمین‌لرزه و شب سرت



با مهندسی لرزه سانس

۱- شب سانس زلزله و سانس آن؟

۲- تحلیل خطر زلزله، یعنی اینکه چه نوع زلزله‌ای برای طراحی باید در نظر گرفته شود.

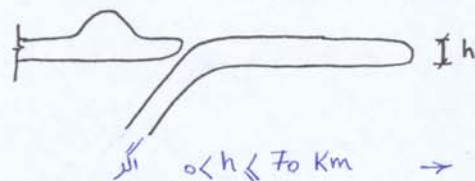
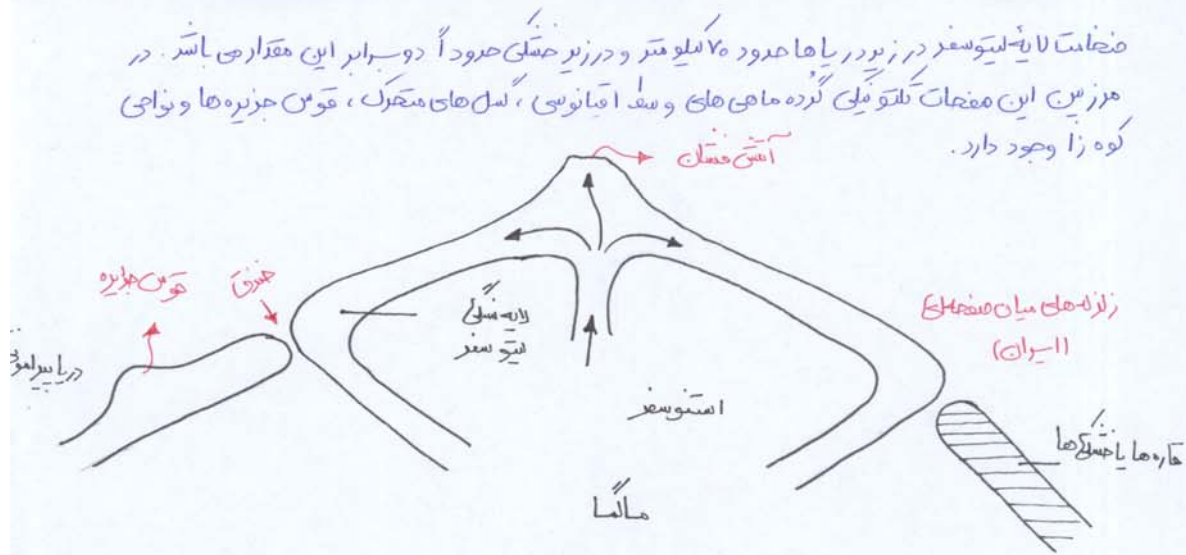
$$Risk = Hazard \times Vulnerability \text{ of built environment} \times Value$$

خطر زلزله	خطر	آسیب پذیری سازه‌ها	ارزش
(لرزه سانس) - خطر زلزله		(مهندسی زلزله)	(اقتصادی)

- این برای کاهش خطر زلزله باید آسیب پذیری را کاهش داده و ریسک را کنترل کنیم. خطر زلزله را نمی‌توان به هم رساند، ولی می‌توان آن را به حداقل ممکن کاهش داد به این کار (Risk Management) یا مدیریت خطر زلزله گفته می‌شود. برای کاهش خطر زلزله باید خانه زیرسازه، امنیت، اجزاء غیرسازه‌ای محصولات، چارچوب و ... همه مطلوب باشند.

علل وقوع زلزله

۱- زلزله‌های تکتونیکی (حرکت پوسته‌های زمین) در این حالت صفحات سخت زمین به یکدیگر می‌رسند و به آن لغزش می‌گویند. لغزش می‌شود بر روی لایه نسبتاً نرم است و به حرکت می‌کند و این حرکت زلزله‌های تکتونیکی را ایجاد می‌کند.



اگر $0 < h \ll 70 \text{ Km}$ → shallow زلزله سطحی

اگر $70 < h \ll 300 \text{ Km}$ → intermediate زلزله میانی (مترسقا)

اگر $h > 300 \text{ Km}$ → Deep زلزله عمیق

زلزله های سطحی بیشترین خسارت را در بالای ثانوی ایجاد می کنند، مانند ایران، اما در زلزله های عمیق خسارت بسیار معمولاً در نواحی دورتر اتفاق می افتد مثل زلزله مکزیک.

۲- زلزله های ناشی از اشباع سنگ های پوست زمین (شکست سنگ ها، اثر فشار سنگ های بالا و آب)

۳- انفجار

۴- آتش فشان

۵- زلزله های ناشی از فروریزی در غارها و معادن

۶- زلزله های ناشی از مخزن بزرگ آب (سرها)

تأثیرات زلزله

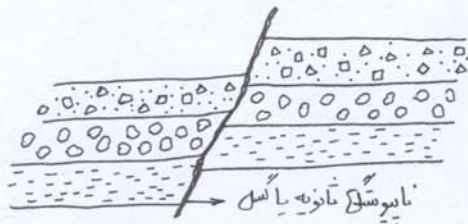
تأثیرات زلزله در محل : ۱- لرزش ۲- زمین لغزش ۳- روانگرایی ۴- سونامی ۵- تشریب

۱- ساختهای دشت بشر (مستعدیات) : ۱- خرابی سازه‌های (مرتبط با مهندسی زلزله) ۲- سازه‌های خاص
۳- جریان‌های حیاتی

۱- مستقیم و سرفه از بک‌ها ۲- غیر مستقیم و تحریف و خسارت وارده

۳- تأثیرات و خسارت انسانی، اجتماعی، فرهنگی و...

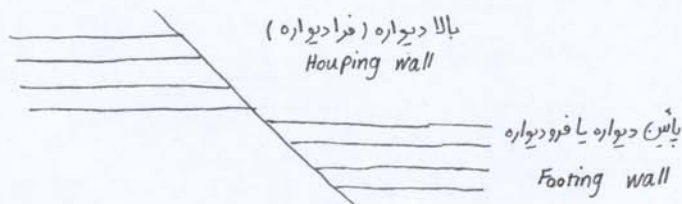
گسل Fault
هر نابوستگی ثانویه زمین شایع‌تر در آن جابجایی رخ داده باشد و یا هر منفذی که در آن در یک
امتداد یک نوع گسل در مقابل نوع دیگری از گسل قرار گرفته باشد گسل نامیده می‌شود.

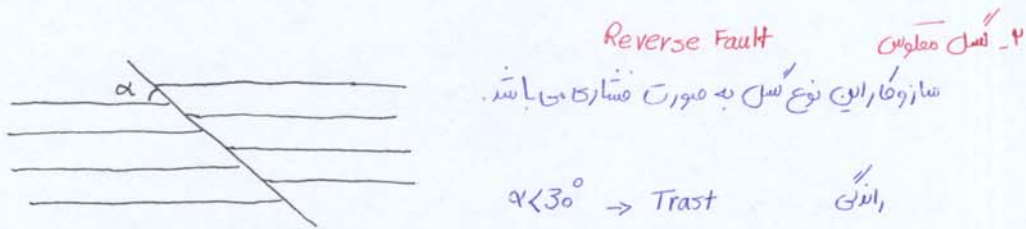


۱- اثر بزرگای زلزله از حدود ۵ یا ۶ بزرگتر باشد جابجایی در گسل اتفاق می‌افتد و به امواج به صورت موج
الاستیک در محط منتشر می‌گردد.

انواع گسل
الف- گسل شیال‌لغز Dip Slip Fault

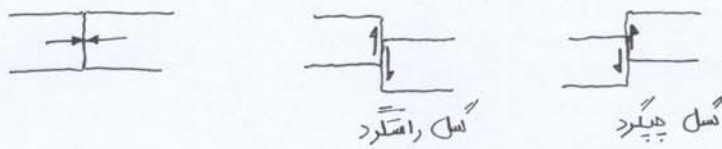
۱- گسل نرمال یا عادی، بهنجار (Normal Fault)
سازوکار این گسل به صورت کششی می‌باشد، مانند گسل Izmit ترکیه که حدود ۳ متر جابجایی
در آن دیده می‌شود.



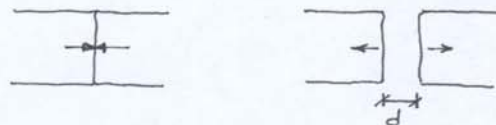


سفره، تپا $\alpha < 5-10^\circ \rightarrow$ Nappe

ب- گسل افراطی لغز Strike-slip Fault

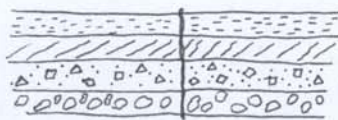


ج- گسل های باز شونده Right Lateral Fault



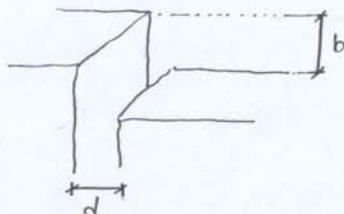
د- گسل ستاین

این نوع گسل بعد از زلزله شروع به حرکت می کند.



ه- گسل های ترکیبی

این نوع گسل ها از ترکیب گسل های قلی بوجود می آیند.



Right lateral
Normal Fault

و- گسل زمین لرزه Earth quake Fault

این نوع گسل، گسل است که در اثر زلزله ایجاد می شود. مثل گسل شمال تبریز و درونه

در حالت کلی با توجه به ویژگی‌های ایران به دو ناحیه کلی تقسیم می‌شود:

- ۱- ناحیه زلزله خیز
- ۲- ناحیه ایزر و ایران مرکزی

ویژگی‌های ناحیه زلزله خیز

- ۱- گونه‌های جوان مربوط به دوره سوم زمین‌شناسی (کریاسیم)
- ۲- افتش بیشتر
- ۳- دوام کمتر
- ۴- کاهش سرعت
- ۵- لرزه خیزی یا Reate بیشتر
- ۶- جنبش فرگشت بالا
- ۷- بزرگای کمتر
- ۸- برای طبل بزرگ

ویژگی‌های ناحیه ایزر و ایران مرکزی

- ۱- گونه‌های پیر مربوط به دوره اول زمین‌شناسی (پریامبرین)
- ۲- افتش کم
- ۳- دوام بیشتر
- ۴- کاهش آرام
- ۵- لرزه خیزی یا Reate کمتر
- ۶- جنبش فرگشت پایین
- ۷- بزرگای بیشتر
- ۸- برای طبل ریز

نسل‌های معروف ایران

- ۱- نسل هخامنشی، شمال تهران در جاده هراز
- ۲- نسل باغ شاهر، در ناحیه در بند تهران
- ۳- نسل باغ حیشه، در شمال تبریز
- ۴- نسل نازرونی یا سیان

۵- لسل غراهمان

۶- لسل طبعی

۷- لسل سراوان، در ناحیه فردوس یا دست بیاض

۸- لسل کربزان، در ناحیه قاش

۹- لسل هزرین، در ناحیه منجیل

انواع موج‌های لرزه‌ای

۱- موج‌های حجمی (body waves)

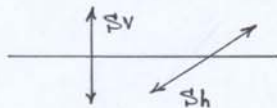
الف- موج اولیه، تیرالی (P)

در این موج جهت انتشار و جهت ارتعاش بر یکدیگر منطبق است.



ب- موج ثانویه، برشی (S)

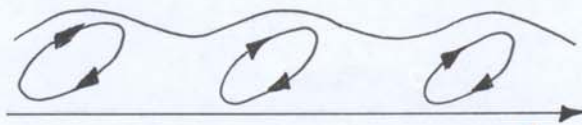
این موج دومین موج است که احساس می‌شود و جهت ارتعاش عمود بر جهت انتشار است. این موج ها به آن موج عرضی نیز گفته می‌شود، از داخل مایعات و گازها (سیالات) عبور نمی‌کند.



۲- موج‌های سطحی (موج‌های طولانی Long waves) (L) Surface Waves

این موج‌ها از ترکیب موج‌های P و S به وجود می‌آیند و خود به خود سه تفسیر می‌شوند:

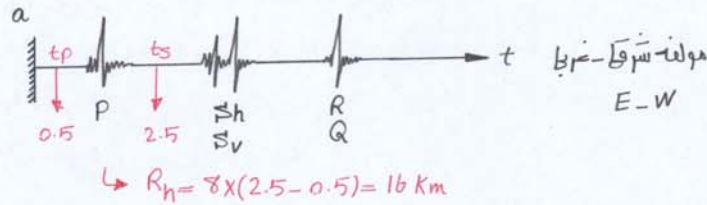
الف- موج ریلی (R) $P + S_v \equiv \text{Rayleigh waves}$



ب- موج لَو (Q) $P + S_h \equiv \text{Love waves}$



- موج ریلی در صفحه قائم و موج لاو در صفحه افقی منتشر می شود.



سرعت امواج

$$v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}$$

سرعت موج حبیبی اولیه

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

سرعت موج حبیبی ثانویه

K : مدول حبیبی پوست زمین (ضامن)

G : مدول برشی

ρ : چگالی یا دانسیته حبیبی مواد

$$\left. \begin{aligned} t_s &= \frac{R_h}{v_s} \\ t_p &= \frac{R_h}{v_p} \end{aligned} \right\} \quad t_s - t_p = \frac{R_h}{v_s} - \frac{R_h}{v_p} = R_h \left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_p} \right)$$

$$= R_h \left(\frac{v_p - v_s}{v_s v_p} \right)$$

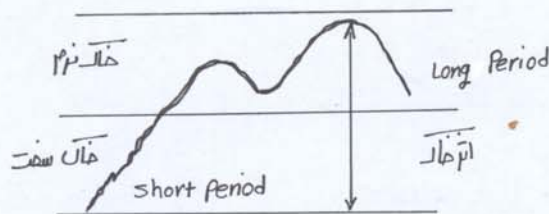
R_h : فاصله تا مرکز زلزله

$$v_p = \sqrt{3} v_s$$

$$v_p = 5 - 5.5 \text{ km/s}$$

$$\rightarrow t_s - t_p = R_h \left(\frac{0.732}{5.5} \right) = \frac{R_h}{8}$$

$$\rightarrow R_h \approx 8(t_s - t_p) \text{ (km)}$$



شدت زلزله Intensity

شدت هیستری است برای میزان خرابی در سازه های دست بشر و سطح زمین و نیز عکس العمل (لین) اشان نسبت به تکان های زمین، پس شدت یک مقیاس کیفی می باشد.

انواع مقیاس

MSK : 1964

MMI : مرتابی اصلاح شده (امریکا)

EM598 : اروپا

JMA : ژاپن

بزرگای زلزله Magnitude

اندازه یا بزرگی یک زلزله رابطه نزدیکی با مقدار انرژی آزاد شده دارد.

 $M = \log A$: رابطه ریشتر M : بزرگای زلزله A : حرارت دامنه تغییر مکان اندازه گیری شده توسط لرزه نگار و در - اندر سون بر حسب میکرومتر (μm) در

فاصله 100 km روی مرکز زلزله می باشد.

 M_w : بزرگای گساری نامیده می شود و نزدیکترین مقدار به مقدار واقعی می باشد. M_s : بزرگای سطحی می باشد و برای موقعی که $M > 4$ باشد به واقعیت نزدیک است. M_b : بزرگای ناشی از امواج محلی و برای بزرگای کمتر از 6 به مقدار واقعیت نزدیک می باشد.

رابطه شرت و بزرگای (رابطه تقریبی)

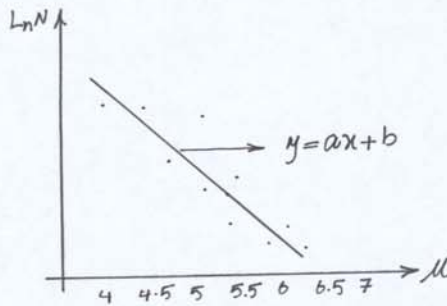
Intensity (I)	Magnitude (M)
I	1.0 - 2.9
II, III	3.0 - 3.9
IV, V	4.0 - 4.9
VI, VII	5.0 - 5.9
VIII, IX	6.0 - 6.9
> X	> 7.0

رابطه گوسرک - ریشتر

$$\ln N = \alpha - \beta M$$

$$N = e^{\alpha - \beta M}$$

N : تعداد زلزله‌ها با بزرگای ستر از M
 a, b : با استفاده از رگرسیون خطی در ماشین حساب برسانی اند.



(OSHA)

تحلیل خطر زلزله
 الف - روش تعینی

$$\log PGA = \bar{a} M_w + \bar{b} R - d \log R + \bar{c}_i S_i + \sigma P$$

ایران

PGA: Peak Ground Acceleration

R : فاصله ساختار از گسل (Km)

S_i : نوع خاک

σ : افت س

$\bar{a} - \bar{b} - \bar{c}_i$: ضرایب حاصل

- اند M_w را داشته خود را از قرار می دهیم، در
 خیر این صورت با توجه به رابطه M ، M_3
 M_b را قرار می دهیم.

$d=1$ امواج صلبی $P=0$: روش میانگین

$d=0.5$ امواج سطحی $P=1$: روش میانگین +

انحراف معیار

نوع خاک : $c_1 S_1$ $c_2 S_2$ $c_3 S_3$ $c_4 S_4$

σ	c_4	c_3	c_2	c_1	b	a	محدوده
0.352	-0.788	-0.971	-0.754	-0.828	-0.0003	0.322	ایران مرکزی، البرز (عالم)
0.394	-0.585	-0.720	-0.458	-0.688	-0.0004	0.322	ایران مرکزی، البرز (افقی)
0.356	-1.777	-1.230	-1.333	-1.262	-0.0038	0.406	زائرس (عالم)
0.329	-0.975	-1.020	-1.065	-1.047	-0.0019	0.399	زائرس (افقی)
0.336	-1.064	-1.139	-1.150	-1.124	-0.0002	0.362	ایران (عالم)
0.333	-0.859	-0.900	-0.852	-0.916	-0.0003	0.360	ایران (افقی)

مثال: اگر در منطقه ایسز در خاک نوع یک زلزله ای با بزرگای تساری قائم ۷.۲ در فاصله ۱۵۱ km اتفاق بیافتد و امواج بیشتر از نوع صعب باشند حرکت شتاب ایجاد شده چقدر است.

خاک نوع یک: $S_1 \rightarrow C_1 = -0.828$

روشنی میانی: $d=1 \rightarrow \log PGA = 0.322 \times 7.2 + (-0.0003) \times 15 - 1 \times \log 15 - 0.828 \times 1 + 0$

$\rightarrow \log PGA = 0.309$

$\rightarrow PGA = 2.037 \text{ m/s}^2 = 0.207g$

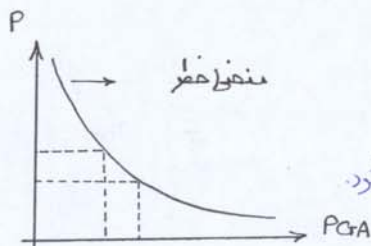
اصول ۸۴.۱٪ اصل افزایش ۱۵.۹٪ می باشد
روشنی میانی + انحراف معیار:

$\log PGA = 0.309 + 0.352 \times 1 = 0.661$

$\rightarrow PGA = 4.581 \text{ m/s}^2 = 0.468g$

ب- روش احتمالی (PSHA)

در این روش اصل افزایش سالیانه شتاب زلزله در دوره بازگشت محاسبه می شود.



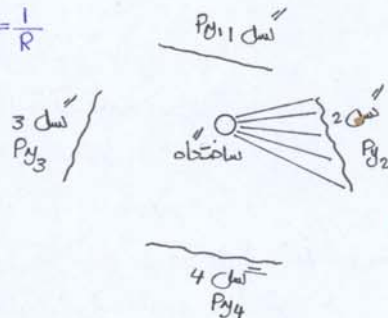
$P[Y < y] = e^{-v(1-Py)}$

P: احتمال افزایش سالیانه شتاب از PGA

v: نرخ سالیانه وقوع زلزله که از رابطه کوشر-ریسر محاسبه می شود.

$P = P[Y > y] = 1 - P[Y < y] = 1 - e^{-v(1-Py)}$

دوره بازگشت $T_R = \frac{1}{P}$



$P[Y < y] = P_{y1} \times P_{y2} \times P_{y3} \times P_{y4}$

$$R_n = 1 - (1 - P)^t \quad \text{احتمال وقوع زلزله در عمر مفید سازه}$$

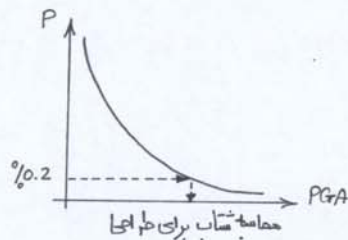
t : عمر مفید سازه

P : احتمال افزایش سالانه

مثال: اگر احتمال وقوع زلزله در عمر مفید ۱۰۰ ساله یک سازه خاص ۲۰٪ باشد، دوره بازگشت زلزله چقدر است.

$$0.2 = 1 - (1 - P)^{100} \rightarrow P = 0.0023$$

$$T_R = \frac{1}{P} = 475 \text{ سال}$$



- برای محاسبه R_n سطوح مختلف DBE، OBE، MBE،

MCE، SSE و ... تعاریف و ضوابط خاصی را با توجه به نوع

ساختگاه، سازه، آشن، نام، سبب و ... مشخص می‌کنند.

$$\text{DBE} \left\{ \begin{array}{l} 50\% \text{ احتمال افزایش در 50 سال} \rightarrow T_R = 75 \text{ years} \\ 64\% \text{ احتمال افزایش در 50 سال} \rightarrow T_R = 100 \text{ years} \end{array} \right.$$

$$\text{MPE} \left\{ \begin{array}{l} 10\% \text{ احتمال افزایش در 50 سال} \rightarrow T_R = 475 \text{ years} \\ 10\% \text{ احتمال افزایش در 100 سال} \rightarrow T_R = 1000 \text{ years} \end{array} \right. \quad \text{استاندارد ۲۸۰۰}$$

روش استاتیکی معادل (روش آشن نامی، استاندارد ۲۸۰۰)

روش طراحی ساختمان در برابر نیروهای جانبی

۱- انتخاب نوع سیستم سازه‌ای ساختمان

۲- ارائه دیتایلی‌های مهندسی برای محاسبه وزن

۳- تعیین درجه مشارکت بارزنده

۴- محاسبه وزن مؤثر لرزه‌ای در هر طبقه

۵- انتخاب روش تحلیل (استاتیکی یا دینامیکی) و مشخص کردن برش پایه ساختمان

۶- طراحی سازه با ترتیب بارهای ارائه شده

صرف استاندارد ۲۸۰۰

- تفصیل حداقل ضوابط و مقررات برای طرح و اجرای ساختمان‌ها در برابر اثرات ناشی از زلزله به‌طور کلیه:
- الف - با هدف ایستایی ساختمان تلفات جانی به حداقل ممکن برسد و تاحد امکان آسیب وارده کم باشد.
- ب - ساختمان‌های با اهمیت زیاد در زلزله‌های ضعیف و متوسط قابلیت بهره برداری خود را حفظ کنند و در ساختمان‌های با اهمیت متوسط خسارات سازه‌ای و غیر سازه‌ای به حداقل برسد.
- ج - ساختمان‌های با اهمیت خیلی زیاد در زلزله‌های شدید بدون آسیب عمده سازه‌ای قابلیت بهره برداری بدون وقفه خود را حفظ کنند.

- به عبارت دیگر صرف استاندارد ۲۸۰۰ تأمین امنیت جانی در زلزله‌های شدید و کاهش آسیب‌های عمده سازه‌ای در زلزله‌های ضعیف می‌باشد.

گروه بندی ساختمان‌ها در استاندارد ۲۸۰۰

- ۱ - ساختمان‌های با اهمیت خیلی زیاد (نیروگاه‌ها، مدارس، بیمارستان‌ها، مراکز ایمنی، سازمان‌های دولتی و ...)
- ۲ - ساختمان‌های با اهمیت زیاد (مدارس، مساجد و ... هر محل تجمع بیش از ۴۰۰ نفر)
- ۳ - ساختمان‌های با اهمیت متوسط (ساختمان‌های اداری، تجاری و مسکونی)
- ۴ - ساختمان‌های با اهمیت کم (ساختمان موقت با عمر کمتر از ۲ سال یا سازه‌های سبک مانند انبار علوفه و ...)

انواع زلزله در استاندارد ۲۸۰۰

الف - زلزله طبعی (سریع یا قوی) :

زلزله سازه‌ای : سرتل عناصر سازه‌ای زلزله است که احتمال وقوع زلزله بزرگتر یا مساوی آن در عمر مفید ۵۰ ساله یک ساختمان کمتر از ۱۰ درصد.

$$R_n = 10\% \rightarrow 0.10 = (1-p)^{50}$$

$$\rightarrow P = 2.105 \times 10^{-3}$$

$$T_R = \frac{1}{P} = 475 \approx 500 \text{ Year}$$

T_R : دوره بازگشت

ب - زلزله سطح بهره برداری (ضعیف یا متوسط) :

زلزله ناسازه ای (سترل عناصر غیر سازه ای) : زلزله ایست که احتمال وقوع زلزله بزرگتر یا مساوی آن در عمر مفید ۵۰ ساله یک ساختمان بیش از ۹۹٫۵ درصد باشد.

$$T_R = 10 \text{ year}$$

نکته: زلزله طرح برای همه ساختمان ها باینترل شود ولی زلزله سطح بهره برداری طبق این نامه فقط برای ۴ حالت زیر الزامی است:

- ۱- ساختمان بلندتر از ۵۰ متر
- ۲- ساختمان بلندتر از ۵۰ طبقه
- ۳- ساختمان با اهمیت خیلی زیاد
- ۴- ساختمان با اهمیت زیاد

حدود با اسیرد استاندارد ۲۸۰۰

- ساختمان های بتنی
- ساختمان های فولادی
- ساختمان های چوبی
- ساختمان های مصالح سنگی (مصالح بتنی) : حداکثر ۲٫۵ طبقه

ساختمان های غیر مشمول در استاندارد ۲۸۰۰

- ۱- سازه های خامن ماشه: یک ها، سرها، نیروگاه ها و ...
- ۲- سازه های ضعیف و لای (سنگی)

شرایط عمومی ساختمان در استاندارد ۲۸۰۰

- ۱- سازه تا حد امکان منظم باشد؛
- ۲- فرو رفتگی و بیش آمدگی زیاد نداشته باشد؛
- ۳- لسترل بیش از ۱٫۵ متر نداشته باشد؛
- ۴- پی ها شیب دار نباشد؛
- ۵- در سقف باز شو نباشد؛
- ۶- درز انقطاع رکابت شود؛
- ۷- در عهد خافله مرکز جرم و سطح رکابت گردد.

انواع روش های تحلیل

۱- خطی؟

- استاتیکی (ساده ترین روش)

- دینامیکی - شرک با نرم افزارهای Sap - Etabs

- شبه دینامیکی ، طیفی

۲- غیر خطی؟

- استاتیکی Pushover

- دینامیکی (سخت ترین روش) نرم افزارهای Drain - Idarc - Nisa II - Ansys - ...

دامنه کاربرد روش استاتیکی

۱- ساختمان منظم کمتر از ۵۰ متر

۲- ساختمان نامنظم کمتر از ۱۸ متر

۳- ساختمان هایی که سطح جانبی قسمت فوقانی آن ها کمتر از قسمت تحتانی باشد به شرط آنکه:

الف - هر دو قسمت به تنهایی منظم باشند؛

ب - سطح جانبی قسمت تحتانی حداقل ۵۰ برابر سطحی متوسط قسمت فوقانی باشد؛

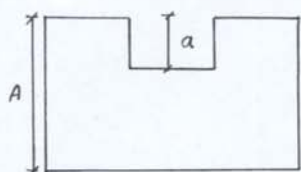
ج - زمان تناوب کل سازه از ۱/۴ برابر زمان تناوب قسمت فوقانی بیشتر نباشد.

-- روش استاتیکی هم برای ساختمان فوق الذکر قابل استفاده است و اگر هر یک از شرایط فوق برقرار نباشد باید از روش دینامیکی یا طیفی استفاده کرد ولی روش دینامیکی را برای هر ساختمان می توان استفاده کرد.

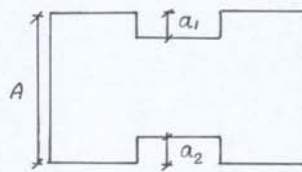
شرایط منظم بودن ساختمان

الف - منظم بودن در پلان

۱- فرورفتگی و پیش آمدگی در هر جهت کمتر از ۲۵ درصد بعد در آن جهت باشد. (قبل از تحلیل)

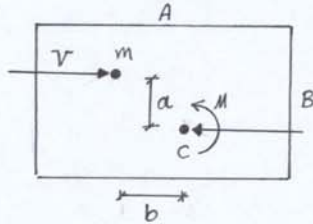


$$\frac{a}{A} < 25\%$$



$$\frac{a_1 + a_2}{A} < 25\%$$

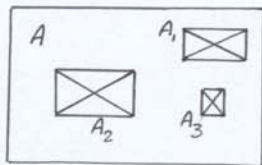
۲- فاصله بین مرکز جرم و مرکز سختی در هر جهت کمتر از ۲۰ درصد بعد در آن جهت باشد، طبقه بندی شود.
(بعد از تحلیل)



$$\frac{a}{A} < 20\%$$

$$\frac{b}{B} < 20\%$$

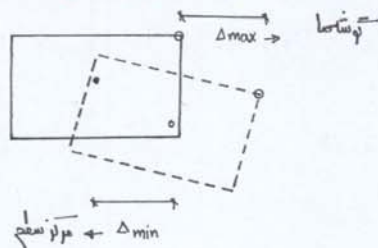
۳- سطح باز شود در لغ کمتر از ۵۰ درصد باشد. (قبل از تحلیل)



$$\frac{(A_1 + A_2 + A_3)_{\text{opening}}}{A} \leq 50\%$$

۴- در مسیر انتقال نیروهای جانبی به فونداسیون انقطاع مفصلی وجود نداشته باشد (صفحه باربند عرض شود)
(قبل از تحلیل)

۵- اختلاف حراقل و حرائق تغییر مکان در پلان کمتر از ۲۰ درصد باشد (بعد از تحلیل)



$$\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{\min}} \leq 1.2$$

ب- منظم بودن در ارتفاع
۱- توزیع جرم در سازه یکنواخت باشد، و اختلاف جرم طبقات حداکثر ۵۰ درصد باشد، به جز خنجر نشسته بام
(بعد از تحلیل)

۲- سختی طبقات متناسب باشد بگونه ای که:

$$K_i \geq 0.7 K_{i+1}$$

K_i : سختی طبقه نام

$$K_i = 0.8 (K_{i+1} + K_{i+2} + K_{i+3})$$

۳- اگر این شروع رکابت نشود، انتهای طبقه نرم (Soft Story) نامیده می شود.

۳- مقاومت طبقات مناسب باشد، به گونه ای که: (بهار تحلیل)

$$S_i \geq 0.8 S_{i+1}$$

S_i : مقاومت طبقه نام

- اگر این شرط برقرار نباشد، آنگاه طبقه ضعیف (Weak story) نامیده می شود.

$$\frac{\Delta_{max}}{\Delta_{min}} \leq 1.2 \Rightarrow \begin{cases} \text{روشن دینگی} \\ \text{روشن استاتیکی یا غیره (با افزایش خروج از مرکزیتها)} \end{cases}$$

انواع سیستم های لرزه ای جانبی

۱- سیستم باربر (دیوار مصالح بتنی)

۲- سیستم قاب ممانی ساده (مباریزی - بادبزنی)

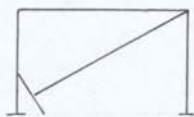
الف- هم محور (CBF)



ب- بیرون محور (EBF)



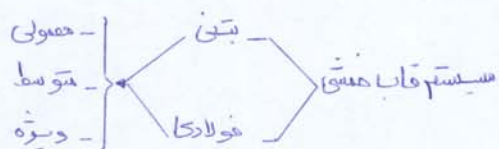
ج- زانوئی (Knee)



د- استاتیکی



۳- سیستم قاب ممانی



۴- سیستم دوگانه یا ترکیبی

← قاب خمشی + دیوار (بتن - خولادکا) برشی یا بادبزکا ← دریا خمشی ترکیبی شود.

انواع روش های طراحی

۱- طراحی به روش مقاومت (جذب نیرو توسط اعضا)

۲- طراحی به روش سختی (استرل تغییر مکان ها)

$$V = C \cdot W > V_{min}$$

برش پایه ساختمان در
روش استاتیکی معادل

C: ضریب زلزله

W: درصتی از بار زنده + بار مرده + تاسیسات ثابت = وزن مؤثر لرزه ای

$$V_{min} = 0.1 A I W$$

A: ضریب سبب مبنای طرح

$$A = 0.35$$

(تهران) منطقه با خطر نسبی خیلی زیاد

$$A = 0.30$$

(همدان) منطقه با خطر نسبی زیاد

$$A = 0.25$$

منطقه با خطر نسبی متوسط

$$A = 0.20$$

منطقه با خطر نسبی کم

I: ضریب اهمیت ساختمان

$$I = 1.4$$

اهمیت خیلی زیاد

$$I = 1.2$$

اهمیت زیاد

$$I = 1.0$$

اهمیت متوسط

$$I = 0.8$$

اهمیت کم

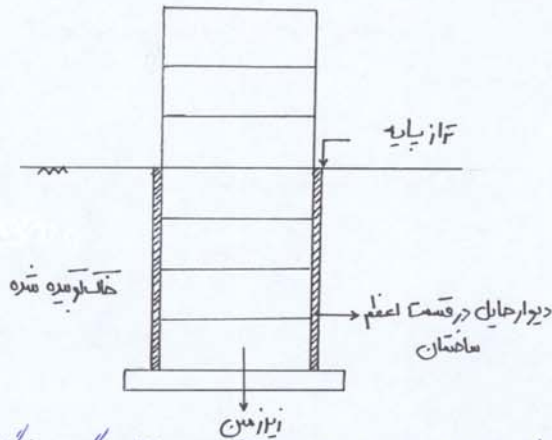
$$C = \frac{A B I}{R}$$

R: ضریب رفتار ساختمان

B: ضریب بازتاب ساختمان

... تراز پایه در ساختمان تراز است که از آن به پایین حرکتی در ساختمان نسبت به زمین مشاهده نکرد، این تراز در ساختمان های معمولی تراز روی سالوده می باشد.
نکته: اگر ساختمان دارای دیوارهای باشد که قسمت اعظم ساختمان را در بر گرفته باشد تراز پایه را می توان به سطح زمین منتقل کرد به شرط آنکه:

- الف - سازه دارای زیرزمین باشد؛
 ب - دیوار قسمت اعظم ساختمان را در بر گرفته باشد؛
 ج - کان پشت دیوار نوبیره شده باشد.



نکته: اگر وزن خریسته لغز از ۲۵ درصد وزن بام باشد در محاسبه نیروی زلزله از خریسته صرف نظر می گردد. هنگام محاسبه زلزله اثر خریسته ای صرف شود وزن آن به طبقه بام اضافی می گردد.

طیف ۸ طیف استاندارد + اشراکات
 * دیاگرام های صفحه ۱۷ و ۱۸ استاندارد ۲۸۵۵

پریود سازه (T)

$T = 0.08 H^{3/4}$ قاب های خشی فولادک
 $T = 0.07 H^{3/4}$ قاب های خشی بتنی
 $T = 0.05 H^{3/4}$ سایر قاب ها
 (بار بند - دیوار برشی - مصالح بنایی)

H: ارتفاع ساختمان از روی تراز پایه

نکته: اگر دیوارهای ساختمان مانع حرکت قاب شوند، مقادیر پریود فوق در عدد ۰.۸ ضرب می گردد.

$$T = \frac{n}{10} \quad \text{را به تجربی}$$

n: تعداد طبقات

ضریب بازتاب ساختمان (B)

$$B = \begin{cases} 1 + S \left(\frac{T}{T_0} \right) & 0 \ll T \ll T_0 \\ S + 1 & T_0 \ll T \ll T_s \\ (S + 1) \left(\frac{T_s}{T} \right)^{2/3} & T \gg T_s \end{cases}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

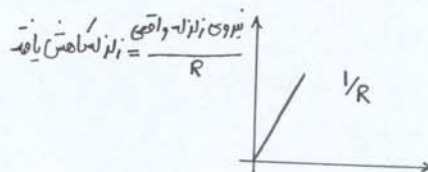
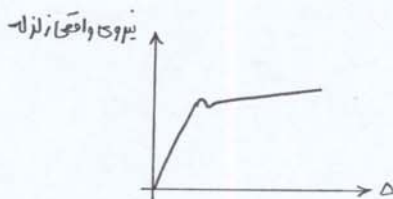
اگر خاکی موجود نرم باشد آنگاه K کاهش یافته، T افزایش پیدا می کند، تسخیر بر پود بلند یا فرکانس پایش به بستر ساختمان هلی بلند آسیب می بیند. اما اگر خاکی موجود سخت باشد آنگاه K افزایش یافته و T کاهش پیدا می کند، تسخیر بر پود کوتاه یا فرکانس بالا اتفاق می افتد به بستر ساختمان های کوتاه آسیب می بیند.

ضریب رفتار ساختمان (R)

- شکل زیر

- اضافه مقاومت

- درجه نامعین (هرچه بالاتر آنگاه، ضریب رفتار بالاتر)



توزیع نیروی جانبی زلزله در ارتفاع ساختمان

$$F_i = (V - F_t) \frac{w_i h_i}{\sum_{j=1}^n w_j h_j} K$$

w_i : وزن موثر هر طبقه (دیوار + سقف + در صحر بارزنده + تأسیسات ساختمان)

h_i : ارتفاع سقف تراز مورد نظر از تراز پایه

V : برش پایه ساختمان

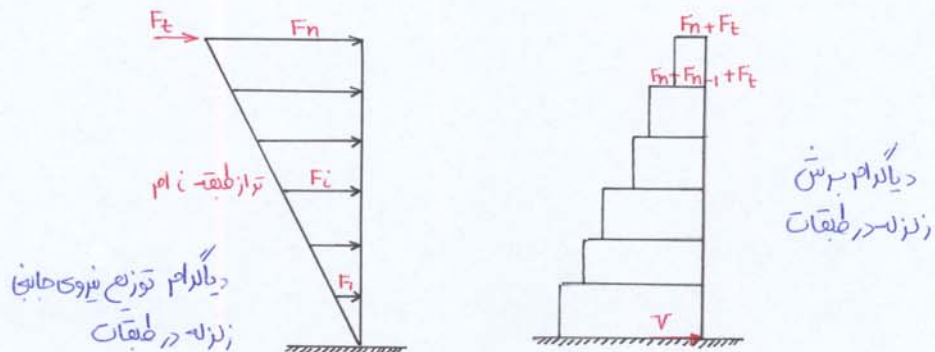
F_t : نیروی شعاعی

* K در ایران برابر یک در نظر گرفته می شود

$$K = 1$$

اگر $T > 0.75$ → $F_t = 0.07TV \leq 0.25V$ ← به تراز طبقه آخر اضافه می‌گردد.

اگر $T \leq 0.75$ → $F_t = 0$ ←

$$F_i = V \frac{w_i h_i}{\sum_{j=1}^n w_j h_j}$$


توزیع نیروی جانبی زلزله در پلان

$$M_i = \sum_{j=1}^n (e_{ij} + e_{aj}) F_j$$

M_i : ممان خمشی در تراز طبقه i ام

e_{ij} : سرون محور نیروی جانبی طبقه j نسبت به مرکز سطح طبقه i یا به عبارت دیگر فاصله افقی مرکز جرم طبقه j و مرکز سطح طبقه i می‌باشد.

e_{aj} : برون‌محوری اتفاقی طبقه i ام، خروج از مرکز در هر سرن مرکز سطح و جرم یا اصلاح آن با ضریب A_j
 F_j : نیروی زلزله طبقه j ام

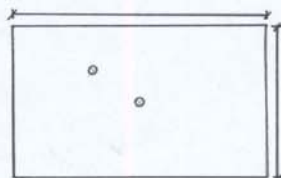
– ممان خمشی از بالا تا پایین محاسبه می‌شود، پس از محاسبه ممان خمشی در تراز هر طبقه نیروی F_i و ممان M_i سرن عاصم مقاوم جانبی در آن طبقه تقسیم می‌شود.

پیش‌بینی در ساختمان

۲- محاسباتی

۱- تعدادی (اتفاقی)

– علت پیش‌بینی تعدادی تغییرات ناگهانی در جرم می‌باشد و برای ساختمان‌های کوتاه‌تر از ۸ متر قابل صرف نظر کردن است ولی توجیه می‌شود در نظر گرفته شود.



$$\frac{\Delta_{max}}{\Delta_{min}} > 1.2 \Rightarrow \begin{cases} \text{دینامیکی} & A_j > 3 \\ \text{استاتیکی با افزایش خروج از مرتبت یا بیرون محوطه (استاتیکی با جریانه)} & 1.0 \leq A_j = \left(\frac{\Delta_{max}}{1.2 \Delta_{min}} \right)^2 \leq 3.0 \end{cases}$$

$$e_{aj} = 5\% \times A_j \quad \text{خروج از مرتبت افقی}$$

مثال: اگر نسبت $\frac{\Delta_{max}}{\Delta_{min}}$ ، ۱٫۵ باشد ، مقدار خروج از مرتبت واقعی چقدر است .

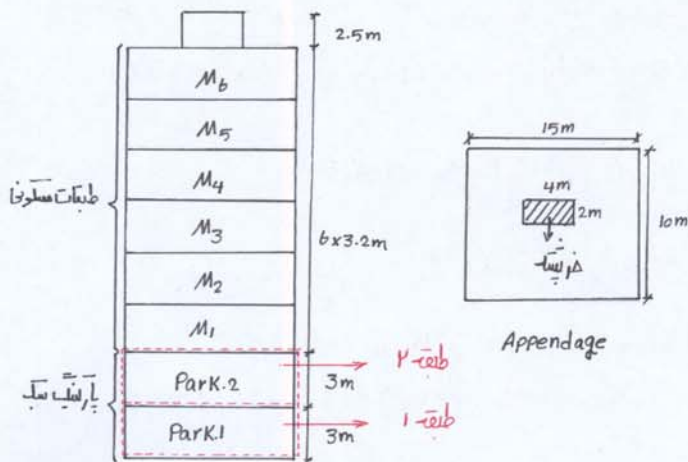
$$\frac{\Delta_{max}}{\Delta_{min}} = 1.5 > 1.2 \Rightarrow 1.0 \leq A_j = \left(\frac{\Delta_{max}}{1.2 \Delta_{min}} \right)^2 = \left(\frac{1.5}{1.2} \right)^2 = 1.56 \leq 3.0$$

$$\Rightarrow e_{aj} = 5\% \times 1.56 = 7.8\% = 0.078$$

$$5\% \leq A_j \times 5\% \leq 15\%$$

نکته: اگر ساختمان کمتر از ۵ طبقه یا کمتر باشد و خروج از مرتبت افقی حداقل ۵ درصد باشد می توان از محاسبه تکریمی صرف نظر کرد ولی توصیه می شود که حتماً در نظر گرفته شود.

مثال: اگر ساختمان زیر دارای قاب هم محور ساده بوده و در شهر همدان و روی خاک نوع III ساخته شود با فرض اینکه وزن مرده هر طبقه ۱۰۰۰ ton و خرسنه ۶۰۰ ton در نظر گرفته شود ، نیروی زلزله هر طبقه را محاسبه کنید.



$$W = 20 \text{ ton} < 25\% \text{ وزن پام} = 0.25 \times 100 = 25 \text{ ton}$$

- از خرنسبه صرف نظری گردد و وزن آن به وزن پام اضافی گردد.

$$H = 2 \times 3 + 6 \times 3 \cdot 2 = 6 + 19.2 = 25.2 \text{ m}$$

$$T = 0.05 H^{3/4} = 0.05 \times 25.2^{3/4} = 0.56 \text{ sec} < 0.7 \text{ sec}$$

CBF

$$\rightarrow \text{شرایطی} \quad F_t = 0$$

- مسونی در همدان در نوع III

$$I = 1.0$$

$$T_0 = 0.15$$

$$A = 0.3$$

$$T_5 = 0.70$$

$$T_0 = 0.15 \ll T = 0.56 \ll T_5 = 0.70$$

$$R = 6$$

$$S = 1.75$$

$$\rightarrow B = S + 1 = 2.75$$

$$W = W_D + \chi W_L \rightarrow W = W_D + 0.2 W_L$$

(در مساحت بارزنه (جدول 1) $\chi = 20$)

$$\text{بارزنه طبقات مسونی} = 200 \text{ Kg/m}^2 = 0.2 \text{ t/m}^2$$

$$\text{بارزنه پارکینگ سبک} = 500 \text{ Kg/m}^2 = 0.5 \text{ t/m}^2$$

$$\text{بار سرف (همدان)} = 150 \text{ Kg/m}^2 = 0.15 \text{ t/m}^2$$

$$\text{طبقه اول} \quad W_1 = 100 + 0.2 (10 \times 15 \times 0.5) = 115 \text{ ton}$$

$$W_i = 100 + 0.2 (10 \times 15 \times 0.2) = 106 \text{ ton} \quad i = 2 \sim 7$$

$$\text{پام} \quad W_8 = (100 + 0.2 (10 \times 15 \times 0.15)) + (20 + 0.2 (2 \times 4 \times 0.15)) = 128.5 \text{ ton}$$

$$W = \sum_{i=1}^8 W_i = 115 + (6 \times 106) + 128.5 = 879.5 \text{ ton}$$

$$C = \frac{ABI}{R} = \frac{0.3 \times 2.75 \times 1.0}{6} = 0.1375 \rightarrow \text{چهار رقم اعشار}$$

$$V = C \cdot W = 0.1375 \times 879.5 = 120.93 \text{ ton} > V_{\min}$$

$$V_{\min} = 0.1 \times 0.3 \times 1.0 \times 879.5 = 26.38 \text{ ton} \quad OK \checkmark$$

$$F_i = (V - \sum_{j=i}^n F_j) \frac{w_i h_i}{\sum_{j=1}^n w_j h_j}$$

$$\sum_{j=1}^n w_j h_j = 115 \times 3 + 106(6 + 9.2 + 12.4 + 15.6 + 18.8 + 22) + 128.5 \times 25.2 = 12487 \text{ ton-m}$$

$$F_i = V \left(\frac{w_i h_i}{\sum_{j=1}^n w_j h_j} \right) = \frac{120.93}{12487} \times w_i h_i$$

$$F_1 = \frac{120.93}{12487} \times 115 \times 3 = 3.34 \text{ ton}$$

$$F_2 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 6 = 6.16 \text{ ton}$$

$$F_3 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 9.2 = 9.44 \text{ ton}$$

$$F_4 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 12.4 = 12.73 \text{ ton}$$

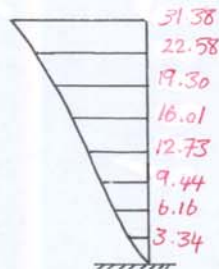
$$F_5 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 15.6 = 16.01 \text{ ton}$$

$$F_6 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 18.8 = 19.30 \text{ ton}$$

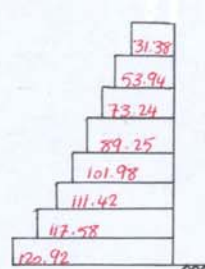
$$F_7 = \frac{120.93}{12487} \times 22 \times 106 = 22.58 \text{ ton}$$

$$F_8 = \frac{120.93}{12487} \times (28.5 \times 25.2) = 31.38 \text{ ton} \rightarrow \sum = 120.92 \approx 120.93$$

دیالگرام توزیع نیروی
زلزله در ارتفاع



دیالگرام توزیع بیش زلزله
در طبقات



لشکل های استاتیکی معادل

الف - لشکل مؤلفه قائم زلزله

لشکل مؤلفه قائم در موارد زیر اجباری است:

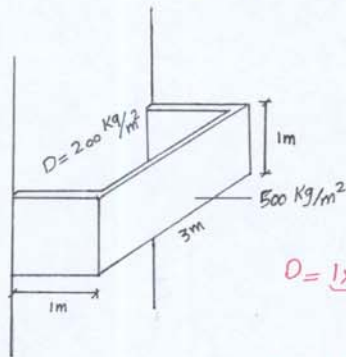
۱- لشکلهای پایه ها

۲- تیرهای با طول بیشتر از ۵ متر

۳- تیرهای که بیش از ۵۰ درصد بار آن ها در یک نقطه متمرکز باشد.

$$F_v = \begin{cases} 2 \times 0.7 A I W & \text{لشکلهای پایه} \\ 0.7 A I W & \text{سایر موارد} \end{cases}$$

مثال: اگر ساختمان زیر در شهر همدان بوده و محل از حجام باشد مؤلفه قائم تراس را محاسبه کنید.



- چون یک تراس می باشد بهترین نوع بارگذاری را در نظر می گیریم، یعنی W بدون در نظر گرفتن درصد مشارکت یعنی ۱۰۰ درصد

$$D = \underbrace{1 \times 3 \times 500}_{\text{کف}} + \underbrace{(1 + 3 + 1) \times 1 \times 200}_{\text{دیوار}} = 2500 \text{ Kg}$$

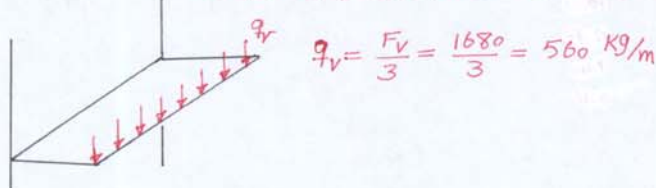
$$L = (1 \times 3 \times 500) + 0 = 1500 \text{ Kg}$$

- در محل از حجام بارزنده ۵۰۰ می باشد و چون تراس مقطع می شود به ساختمان همان ۵۰۰ در نظر گرفته می شود

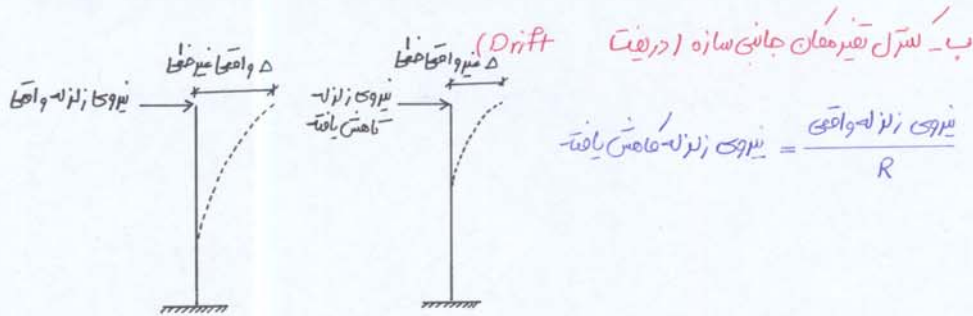
$$W = D + L = 2500 + 1500 = 4000 \text{ Kg}$$

$$F_v = 2 \times 0.7 \times A I W = 2 \times 0.7 \times 0.3 \times 1.0 \times 4000 \text{ Kg} = 1680 \text{ Kg}$$

- مؤلفه قائم به صورت بار گسترده یکنواخت در استاتیکی لشکل در نظر گرفته می شود.



$$q_v = \frac{F_v}{3} = \frac{1680}{3} = 560 \text{ Kg/m}$$



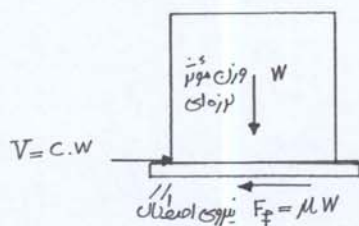
نسبت: $\Delta = (0.7R) \Delta_{\text{عمره‌ای}}$
 $\Delta_{\text{Etabs}} \text{ or } \Delta_{\text{sap}}$

اگر $T \leq 0.7 \text{ sec}$ $\Delta_{\text{عمره‌ای}} \leq 0.025H$ $\leftarrow 0.7R \Delta_{\text{Etabs}} < 0.025H$

اگر $T > 0.7 \text{ sec}$ $\Delta_{\text{عمره‌ای}} < 0.02H$ $\leftarrow 0.7R \Delta_{\text{Etabs}} < 0.02H$

Δ تغییر مکان نسبی یک طبقه
 H : ارتفاع آن طبقه
 $\text{Drift} = \frac{\Delta}{H}$

$$\frac{\Delta_{\text{Etabs}}}{H} < \frac{0.025}{0.7R} \Rightarrow \begin{cases} \text{Drift}_{\text{Etabs}} < \frac{0.036}{R} & T \leq 0.7 \text{ sec} \\ \text{Drift}_{\text{Etabs}} < \frac{0.029}{R} & T > 0.7 \text{ sec} \end{cases}$$



سرریز مقاوم $F.S. = \frac{\text{سرریز مقاوم}}{\text{سرریز محصل}} \gg 1.5$

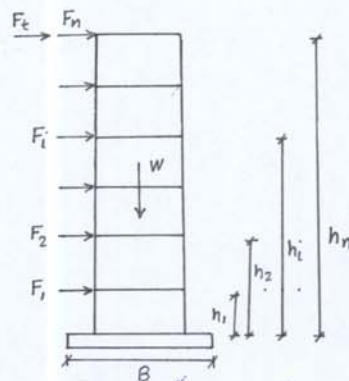
$F.S. = \frac{\mu.W}{C.W} = \frac{\mu}{C}$

$F_f = (0.3 \sim 0.5) W$
 اصطکاک استاتیکی $\rightarrow$ اصطکاک دینامیکی

$$F.S. = \frac{\mu_{min}}{c_{max}} = \frac{0.3}{0.2} = 1.5 \gg 1.05$$

در سازه‌های مسکونی لغزش به راحتی جواب داده و ضعیف نیازی به کنترل آن ندارد، ولی در سازه‌های سبک مانند سوله‌ها این کنترل باید صراحتاً انجام شود.

د- کنترل وارژلونی



$$F.S. = \frac{\text{تکثیر نیروهای مقاوم}}{\text{تکثیر نیروهای معبر}} = \frac{W \cdot \frac{B}{2}}{F_t h_t + \sum_{i=1}^n F_i h_i} \gg 1.75$$

$$M_{ja} = F_t (h_n - h_j) + \sum_{i=1}^n F_i (h_i - h_j)$$

تکثیر نیروهای معبر در تراز طبقه زام

آثار ابله‌خونی جواب ندارد بار تلف سازی، وزن فونزاسیون و حالت اطراف فونزاسیون را نیز در محاسبات در نظر می‌گیریم.

ه- نیروی وارد بر قطعات الحاقی

قطعات الحاقی شامل دیوارهای داخلی و بیرونی، دیوارهای خارجی، جان پناه‌ها و دیوارهای طره‌ای (Bp = ۲۰۰)، پله‌ها، سقف‌های تاذب، آسانسورها، مخازن برج‌ها و روشن‌ها، نمای خارجی و اتصالات آن

$$F_p = A B_p I W_p$$

F_p : نیروی وارد بر قطعات الحاقی

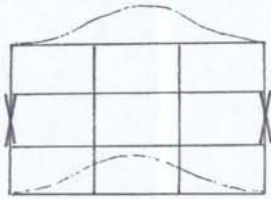
A : سطح نمای طرح

B_p : از جدول ۷- برستی می‌آید.

W_p : وزن قطعه الحاقی

تعیین: سازه حل شده قبل را اگر قاب آن قاب خمشی متوسط فولادی باشد دوباره حل کرده و نیروهای جانبی محاسبه کنید.

۷- کنترل شاخص پایداری و اثر $P-\Delta$ (اثر ثانویه)



$n \gg 6 \text{ تا } 7$ طول دهانه ها

شاخص پایداری باید
حده شود

$$\theta_i = \left(\frac{P \Delta W}{V H} \right)_i$$

θ_i : شاخص پایداری طبقه i ام

P : جمع بارهای زنده و مرده در طبقات بالاتر

ΔW : تغییر مکان جانبی نسبی طبقه

V : جمع نیروهای بالاتر از طبقه (برش طبقه)

H : ارتفاع خالص طبقه

$$Drift = \frac{\Delta W}{H}$$

$$\Rightarrow \theta_i = \frac{P_i}{V_i} Drift_i$$

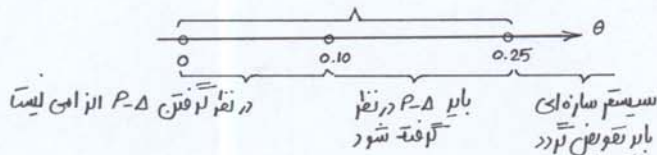
$P = D + L$ در هر مشارکت اعمال
نمی شود.

$$V_i = \sum_{j=i}^n F_j + F_t$$

$$\theta_{max} = \frac{1.25}{R} \ll 0.25$$

اگر بیش از این مقدار شود، همان 0.25 را
در نظر می گیریم.

محدوده مجاز



تغییر مکان جانبی افزایش یافته
و اثر $P-\Delta$

$$\Delta \bar{W}_i = \frac{\Delta W_i}{1 - \theta_i}$$

$$\alpha_i = \frac{1}{1 - \theta_i} > 1 \quad \text{ضریب افزایش}$$

$$\Delta \bar{M}_i = 0.7 R \Delta \bar{W}_i = 0.7 R \frac{\Delta W_i}{1 - \theta_i} < \begin{cases} 0.02 H & ; T \gg 0.75 \\ 0.025 H & ; T < 0.75 \end{cases}$$

$P-\Delta$ تغییر مکان واقعی طبقه تحت اثر

مثال: اگر سازه مشخصه تحلیل شده و نیروها و بارها و درجه های آن به صورت / لغت شده باشد، مقدار شاخص پایداری در طبقه دوم چقدر است.

Drift

0.0040

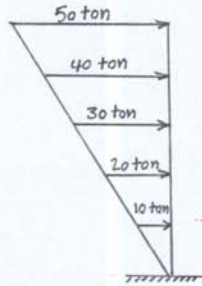
0.0036

0.0055

0.0046

0.0041

0.0038



D

L

7 ton

1 ton

30 ton

10 ton

35 ton

10 ton

35 ton

10 ton

35 ton

10 ton

30 ton

8 ton

$$V_2 = \sum_{j=2}^5 F_j = 20 + 30 + 40 + 50 = 140 \text{ ton}$$

$$\text{Drift}_2 = 0.0041$$

$$P_2 = (D+L)_{2,3,4,5} = 3(35+10) + (30+10) + (7+1) = 183 \text{ ton}$$

$$\theta_2 = \frac{P_2}{V_2} \text{Drift}_2 = \frac{183}{140} \times 0.0041 = 5.36 \times 10^{-3} < 0.1$$

$$a_2 = \frac{1}{1 - \theta_2} = 1.005$$

سین P-Δ لازم نیست در نظر گرفته شود.

روش های طراحی

- روش سیم مجاز طراحی سازه های فولادی: در نظر گرفتن P-Δ ضروری نیست چون روش سیم مجاز خودش نیروی سیم ها را افزایش می دهد.

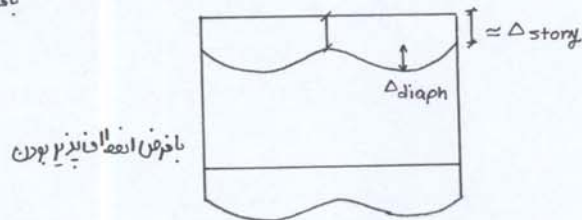
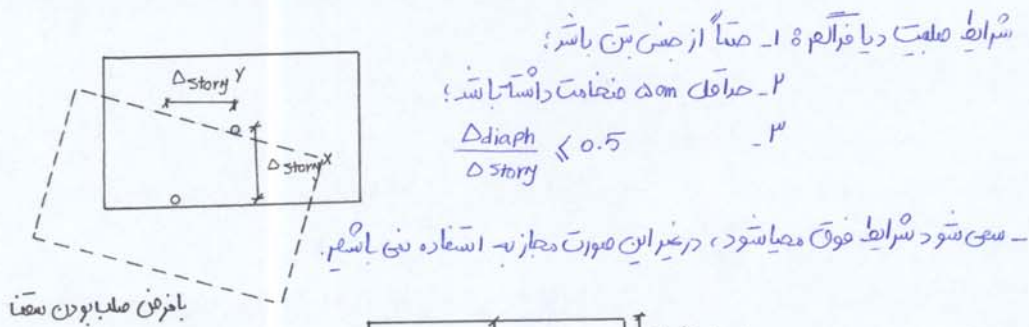
$$\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{C_{my} f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \\ \frac{f_a}{0.6 F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \end{array} \right.$$

- روش حری LRFD طراحی سازه های بتنی: P-Δ حتماً باید کنترل شود.

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s}$$

کنترل نیروی دایفرال

دایفرال دایفرال: ۱- تحمل بارهای عمودی و انتقال آن ها به دیوارها و ستون ها (رفتار خارج از صفحه - out of plan)
۲- انتقال نیروهای جانبی باد یا زلزله به عناصر مقاوم جانبی و تأمین پیوستگی در تفسیر سله ها (رفتار داخل صفحه - in plan)



۸ سقف صلب کامل $\frac{\Delta_{diaph}}{\Delta_{story}} \leq 0.5$

۹ سقف نیمه صلب (مشبکی سقف) $0.5 \leq \frac{\Delta_{diaph}}{\Delta_{story}} \leq 2.0$

۱۰ سقف انعطاف پذیر کامل $\frac{\Delta_{diaph}}{\Delta_{story}} > 2.0$

نکته: سقفهای طاق ضربی، سقفهای میباردار و سقفهای پیش ساخته، صلب محسوب نمی شوند.

– نیروی طراحی هر دیاگرام بصورت زیر محاسبه می شود:

$$F_{pi} = \frac{F_t + \sum_{j=1}^n F_j}{\sum_{j=1}^n w_j} \cdot w_i$$

نیروی دیاگرام طبقه i ام

$$0.35 A I w_i \leq F_{pi} \leq 0.7 A I w_i$$

مثال: برای سازه زیر نیروی هر دیاگرام را محاسبه و کنترل کنید.

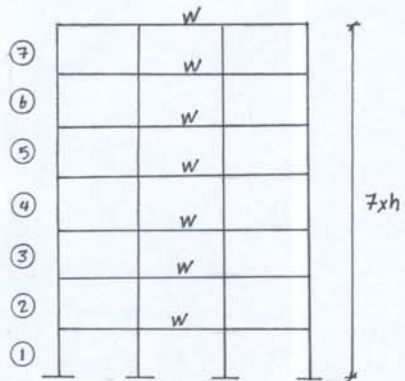
$$A = 0.35$$

$$R = 6$$

$$I = 1.0$$

$$B = 2.4$$

$$T < 0.7 \text{ sec}$$



$$T < 0.7 \rightarrow F_t = 0$$

$$C = \frac{ABI}{R} = \frac{0.35 \times 2.4 \times 1.0}{6} = 0.14$$

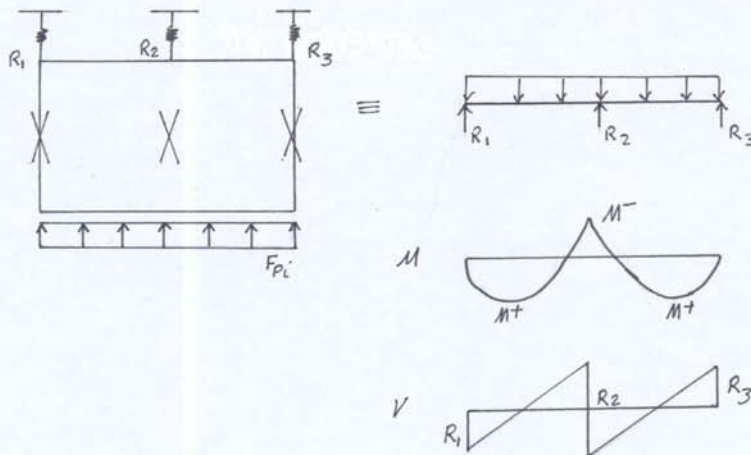
$$0.35 AIW_i = 0.35 \times 0.35 \times 1.0 \times W = 0.1225W$$

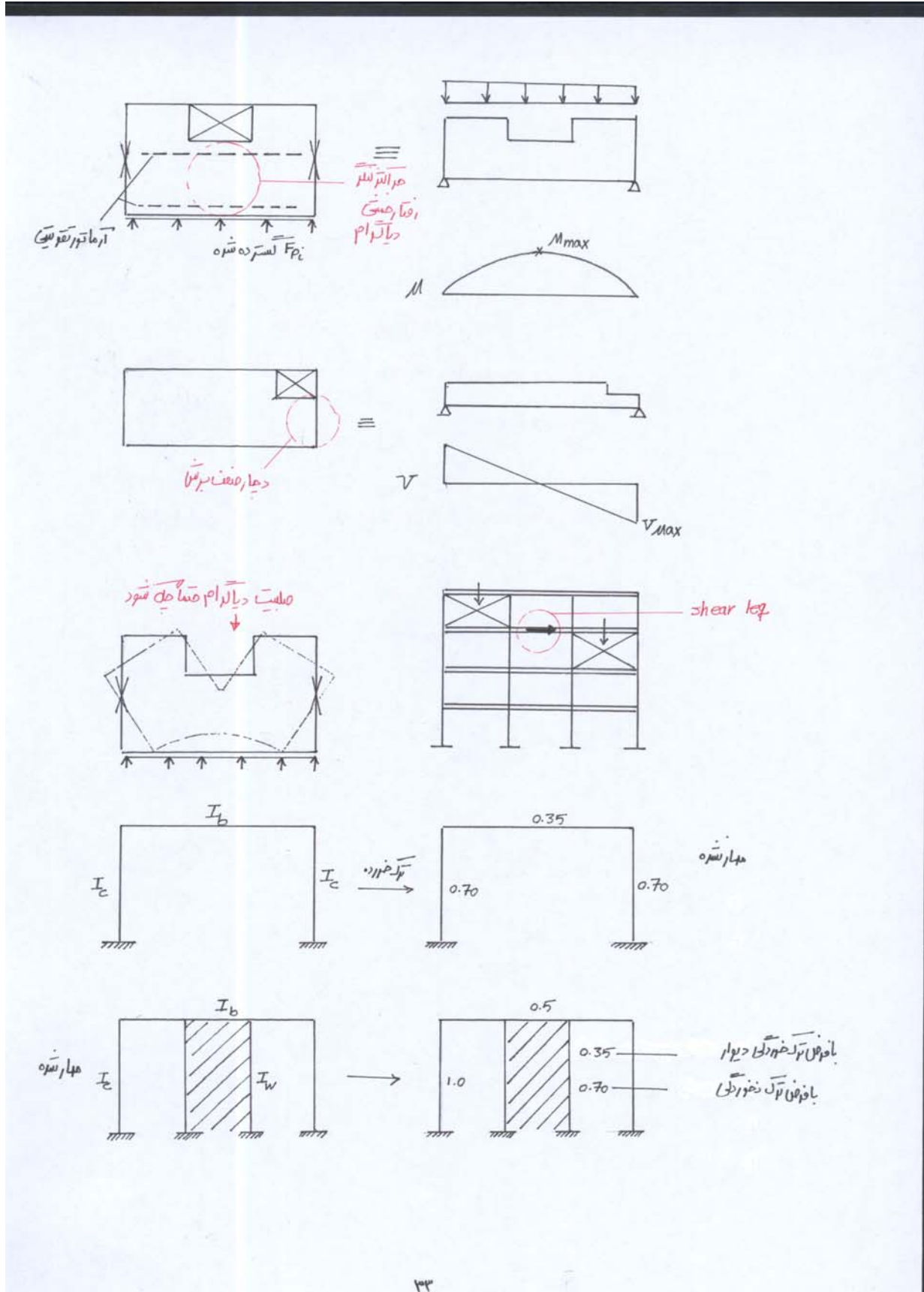
$$0.7 AIW_i = 0.7 \times 0.35 \times 1.0 \times W = 0.245W$$

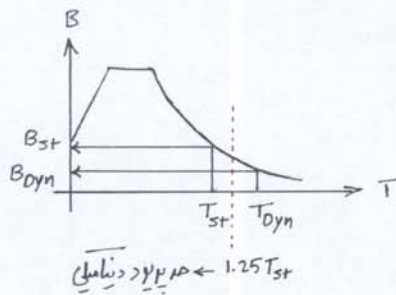
i	W_i	$W_i h_i$	F_i	F_{pi}
①	W	Wh	$V/28$	$0.1225W < 4V/28 < 0.245W$
②	W	$2Wh$	$2V/28$	$0.1225W < 4.5V/28 < 0.245W$
③	W	$3Wh$	$3V/28$	$0.1225W < 5V/28 < 0.245W$
④	W	$4Wh$	$4V/28$	$0.1225W < 5.5V/28 < 0.245W$
⑤	W	$5Wh$	$5V/28$	$0.1225W < 6V/28 < 0.245W$
⑥	W	$6Wh$	$6V/28$	$0.1225W < 6.5V/28 < 0.245W$
⑦	W	$7Wh$	$7V/28$	$0.1225W < 7V/28 < 0.245W$
Σ	...	$28Wh$	V	

$$F_{p7} = 0.7 AIW = 0.245W$$

از F_{pi} برای تشریح خش و برش جانبی دال و تاسی خارج از صفحه دال استفاده می‌گردد.







$$T_{dyn} \leq 1.25 T_{st}$$

فایل های طراحی سازه های فولادی

- ۱- فایل طراحی سازه : $\min\{T_{dyn}, 1.25T_{st}\}$
- ۲- فایل کنترل Drift $T_{dyn} \rightarrow B_{dyn} \rightarrow \dots$
- ۳- فایل طراحی پی

فایل های طراحی سازه های بتنی

- ۱- فایل طراحی سازه $\leftarrow$ ضریب پهن خورگی $(0.35, 0.70) \times 1.5$
- ۲- فایل تعیین پیرود دینامیکی $\leftarrow L \rightarrow (0.5, 10) \rightarrow T_{dyn}$
- ۳- فایل کنترل Drift $\leftarrow (0.35, 0.70)$
- ۴- فایل طراحی فونداسیون $T_{dyn} \rightarrow B_{dyn} \rightarrow \dots$

ساده ترین روش، استرا با فایل طراحی Drift ها، کنترل می تیغ و آبرجواب نزار به سراغ محاسبه پیرود دینامیکی و B_{dyn} می رویم.

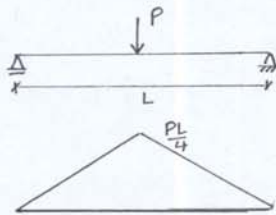
D

ترکیبات بار زاری

$$\begin{aligned}
 & D+L \quad \text{مجموع از مرتب} \quad \text{مولفه قائم} \\
 & D+L \pm E_{xp} \pm 0.3 E_y \pm 0.3 E_z \\
 & D+L \pm E_{xN} \pm 0.3 E_y \pm 0.3 E_z \\
 & D+L \pm E_{yp} \pm 0.3 E_x \pm 0.3 E_z \\
 & D+L \pm E_{yN} \pm 0.3 E_x \pm 0.3 E_z \\
 & D \pm E_{xp} \pm 0.3 E_y \pm 0.3 E_z \\
 & D \pm E_{xN} \pm 0.3 E_y \pm 0.3 E_z \\
 & D \pm E_{yp} \pm 0.3 E_x \pm 0.3 E_z \\
 & D \pm E_{yN} \pm 0.3 E_x \pm 0.3 E_z
 \end{aligned}$$

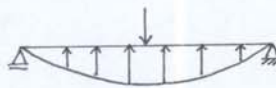
$\Rightarrow$ ۳۴ حالت بار زاری

انواع بارها
۱- ایستایی (معمولاً وضعی)



۲- دینامیکی (متغیر با زمان)

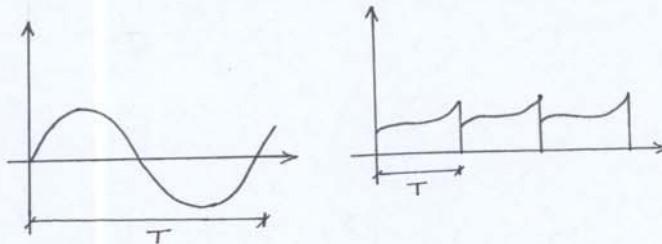
همان‌طور که از F خاصیت بردار با زمان تغییر می‌کند بار دینامیکی خواهد بود (دینامیک: هر بار با اثر متغیر با زمان)



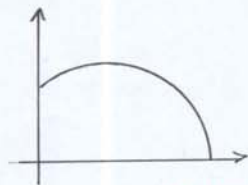
انواع بارهای دینامیکی

۱- زمین: تغییرات آن نسبت به زمان مشخص است مثل بارهای زمین‌لرزه

الف- متناوب یا منظم: بار که دارای دوره تناوب باشد، مثل بارهای هارمونیک سینوسی



ب- ناهمبواب یا نامنظم: دارای پریود مشخص نیستند و با استفاده از سری فوریه ترکیب می‌شود از $\sin$ و $\cos$ تبدیل می‌شوند.



انفجار

۲- ناهمبواب یا هترونی: تغییرات آن نسبت به زمان مشخص نیست مانند: زلزله یا بار انفجار.

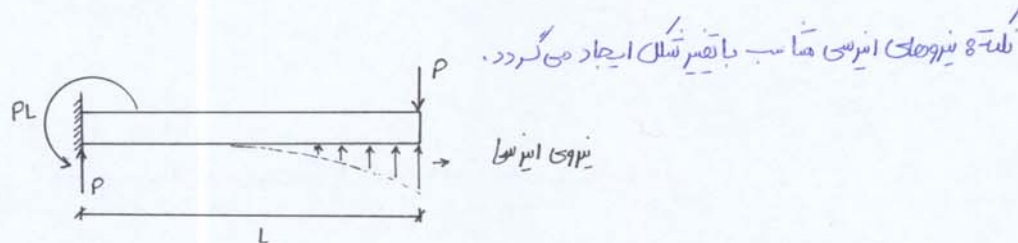


- دینامیک شرایط حالت استاتیکی می باشد و در هر لحظه $\sum F = 0$ می باشد، ولی معادلات تعادل در هر لحظه تغییر می کند به عبارت دیگر فرق دینامیک و استاتیک از جهت دینامیک تعداد نیروهای مقاوم داخلی می باشد.

- بارهایی به صورت دینامیکی بررسی می شوند عبارتند از:

زلزله - بار - سیل - انفجار - ارتعاشات ناشی از آلات صنعتی و حرکت خودروها

- برای مقابله با نیروهای خارجی، نیروهای الاستیک در جسم ایجاد می شوند سرعت ذره توسط نیروهای الاستیک یا میرایی مقابله می شود و شتاب ذره توسط جرم یا انرسی مقابله می گردد، به عبارت دیگر برای مقابله با شتاب نیروی انرسی و برای مقابله با سرعت نیروهای میرایی به وجود می آید.



نیروی انرسی متناسب با تغییر شکل ایجاد می گردد.

درجه آزادی دینامیکی: تعداد امتدادهایی است که در آنها نیروی انرسی وجود دارد یا تعداد تغییر مکان هایی است که ممکن است در آنها انرسی داریم.

- دینامیک یک نقطه (ذره) در یک صفحه: یک حرکت در جهت x و یک حرکت در جهت y ← دو درجه آزادی دینامیکی

- دینامیک یک نقطه (ذره) در فضا: سه حرکت در راستای x ، y و z ← سه درجه آزادی دینامیکی

- دینامیک یک جرم (جسم صلب): حرکت x ، y و دوران حول z ← سه درجه آزادی دینامیکی

- دینامیک یک جرم (جسم صلب) در فضا: سه حرکت در راستای x ، y و z و سه دوران حول x ، y و z ← شش درجه آزادی دینامیکی

نکته: با توجه به اینکه در سازه های دینامیکی درجه نامعین زیاد است به جای استفاده از روش نیرو (روش نرنی) از روش تغییر شکل های صنعتی استفاده می شود.

- از آنجمله سیستم‌های ساختمانی پیوسته هستند برای کاهش تعداد درجات آزادی معمولاً هر طبقه به صورت یک جسم صلب در صفحه در نظر گرفته می‌شود.

انواع تحلیل از نظر قطعیت

- تحلیل قطعی: $Deterministic$ ← بار پاسخ معلوم هستند

- تحلیل احتمالی: $Probabilistic$ ← بر اساس حدس و احتمال

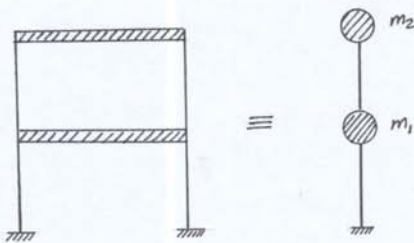
انواع تحلیل از نظر نوع تحلیل

- قطعی: برای تغییر شکل‌های کوچک

- غیرقطعی: برای تغییر شکل‌های بزرگ

انواع روش‌های مدل کردن سازه

۱- روش تیرله جرم ($Discretization$ (lumped Mass))



- در این روش صرفاً کاهش تعداد درجات آزادی می‌باشد ولی خطا وارد محاسبات نمی‌گردد، در نتیجه نیروها معافه کارانه می‌باشد.

- این روش برای سیستم‌هایی که دارای جرم متمرکز هستند، مانند منابع آب و تلفات مناسب بود ولی برای سازه‌ها، دودکش‌ها و... مناسب نمی‌باشد.

- در این روش این تیرله با جرم مناسب با سازه و اثر می‌باشد. یا مناسب با تغییر شکل‌ها.

۲- روش مختصات تغییر یافته یا جرم پیوسته $Generalized coordinates$

- در این روش برای سازه یک تابع شکل (shape function) در نظر گرفته می‌شود و این تابع شکل در تغییر مکان یکسری نقاط خاص (نقاط حساس) یا نقاط دارای تغییر مکان حراش ضرب می‌گردد.

$$v(x,t) = Z(t) \psi(x)$$

تغییر شکل سازه اصلی مضربان تابع شکل
 تغییر یافته تغییر یافته

$$v(x,t) = \sum Z_n(t) \psi_n(x)$$

- این روش بیشتر برای جرم‌های پیوسته مانند: زودکش‌ها، سوله‌ها و سربها مناسب می‌باشد.

۴- روش اجزاء محدود Finite Elements

در این روش جسم به اجزاء کوچک تقسیم شده و از هر جزء تابع شکل در نظر گرفته می‌شود، سپس درجات آزادی این اجزاء به یکدیگر بسته می‌شود اساس این روش معادله $EI y'' = M(x)$ می‌باشد.

انواع روش‌های عددی

- اجزاء محدود : Finite Elements ← خرد کردن سازه ← سازه و محال
- تفاضل آب : Finite Difference ← خرد کردن معادلات ریاضی ← آب

اجزاء اصلی معادلات تعادل دینامیکی

۱- جرم & جرم سخت اثر شتاب و بر اساس اصل دالامبر بررسی به وجود می‌آید.

m

$$F = ma$$

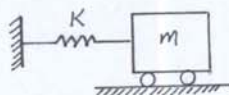
$$M = I_G \cdot \alpha$$

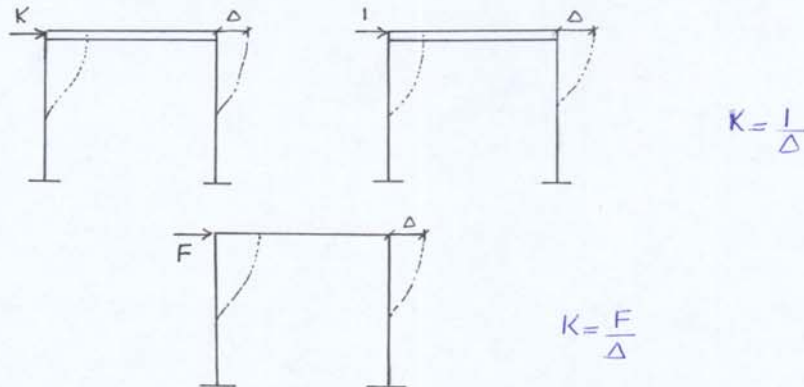
$$\alpha = \ddot{\theta}$$

α : شتاب زاویه‌ای

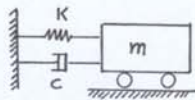
a : شتاب خطی

۲- سختی (خاصیت الاستیک یا فنری): سختی K نیروی لازم برای تغییر مکان واحد است.

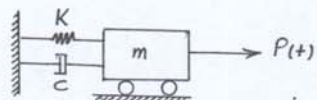




۳- خاصیت میرایی (استهلاک یا دمپر) : این خاصیت برای رفتار ساختمان مفید است، میرایی عامل معادل در برابر سستی می باشد، مانند جذب انرژی در تیرهای مصالح بتانی



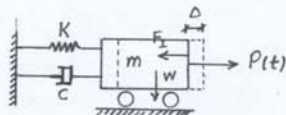
- مقدار میرایی در سازه های بتنی بیشتر از سازه های فولادی می باشد و باید سعی گردد که میرایی بیشتر در اعضا فرعی مثل تیرها ایجاد شود نه در اعضا اصلی.



۳- بار دینامیکی $P(t)$:

هرال سازه یا درجه آزادی دینامیکی واداسته اجرایی
مرا

معادلات تعادل دینامیکی
۱- روش تعادل مستقیم (دیالگرام آزاد جسم)



f_I : نیروی انرسی

$$\sum F_x = 0 : -f_s - f_D - f_I + P(t) = 0$$

$$\rightarrow P(t) = f_I + f_D + f_s$$

$$F_I = ma = m\ddot{x}$$

$$F_D = c\dot{x} = c\dot{x}$$

$$F_S = Kx$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = P(t)$$

معادله تعادل دینامیکی سیستم یک درجه

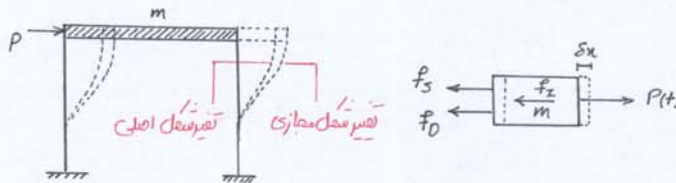
آزادی واداشته می‌را

اثر $P(t)=0$ حرکت ارتعاش آزاد

نکته: تا زمانی که رابطه به صورت خطی باشد چه در استاتیکی و چه در دینامیکی می‌توان از اصل جمع آثار قوا یا superposition استفاده کرد.

۲- روش بار مجازی

در این روش پس از مشخص شدن نیروها در هر درجه آزادی دینامیکی یک تغییر مکان مجازی ایجاد می‌کنیم و کارشدهای انجام شده را برابر صفر قرار می‌دهیم.



$$W=0 \Rightarrow W = -F_S \delta x - F_D \delta x - F_I \delta x + P(t) \delta x = 0$$

$$F_I + F_D + F_S = P(t)$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = P(t)$$

۳- روش انرژی (اصل هاملتون)

در این روش مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل یک سیستم و کار انجام شده توسط نیروهای غیر پتانسیل مانند بار وارده و نیروی میرایی در یک فاصله زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ برابر صفر است.

$$T = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$$

$$V = \frac{1}{2} Kx^2$$

در اینجا، نیروهای غیر پتانسیل

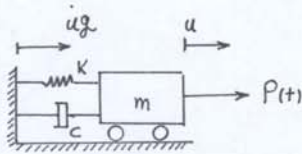
$$W = P(t)\delta x - F_D \delta x = P(t)\delta x - c\dot{x}\delta x$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} W dt = 0$$

$$\Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} \delta \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} K x^2 \right) dt + \int_{t_1}^{t_2} (P(t)\delta x - c\dot{x}\delta x) dt = 0$$

در اینجا، $\delta \left(\frac{1}{2} K x^2 \right) = K x \delta x$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = P(t)$$



معادله تعادل حرکتی تحت اثر حرکتی

u_g : حرکتی نسبت به یک نقطه دلخواه ثابت

$\dot{u}_g$: سرعت زمین

$\ddot{u}_g$: شتاب زمین

$u - u_g$: حرکت نسبی $\rightarrow$ فنر

$\dot{u} - \dot{u}_g$: سرعت نسبی $\rightarrow$ دمپر

$\ddot{u} - \ddot{u}_g$: شتاب نسبی

$$-m\ddot{u} - c(\dot{u} - \dot{u}_g) - K(u - u_g) + P(t) = 0$$

$$\Rightarrow m\ddot{u} + c\dot{u} + Ku = P(t) + c\dot{u}_g + Ku_g$$

تغییر مکان زمین سرعت زمین

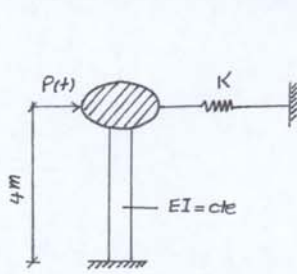
تغییر مکان نسبی: $u_r = u - u_g \rightarrow u = u_r + u_g$

$$-m(\ddot{u}_r - \ddot{u}_g) - c\dot{u}_r - Ku_r + P(t) = 0$$

$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + Ku_r = P(t) - m\ddot{u}_g$$

معادله ارتعاش بصورت نسبی

البته به زمین متصل می باشد نسبی و اگر متصل نباشد تغییر مکان خود و اصلی می باشد.



مثال: برای شکل زیر معادله تعادل دینامیکی را برست آورید.

$$EI = 2.56 \times 10^4 \text{ Kg f.m}$$

$$K = 60 \text{ tonf/m}$$

$$W = 45 \text{ tonf}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{45000}{10} = 4500 \text{ Kg}$$

$$K_t = K_{\text{ستون}} + K_{\text{فنر}}$$



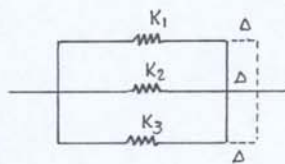
$$K_t = \frac{3EI}{L^3} + K = \frac{3 \times 2.56 \times 10^4}{4^3} + 60000 = 61200 \text{ Kg f/m}$$



$$m\ddot{u} + Ku = P(t)$$

$$4500\ddot{u} + 61200u = P(t)$$

نکته: در فنرهای موازی تغییر مکان ها با هم برابر می باشد در نتیجه:

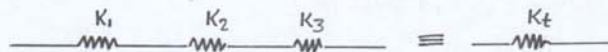


$$K_t = \sum K_i$$

Delta ها برابر

$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

ولی در فنرهای سری یا متوالی نیروی داخل فنر ها با هم مساوی می باشد در نتیجه:



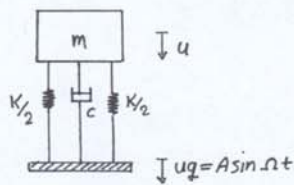
F ها برابر

$$\Delta_t = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

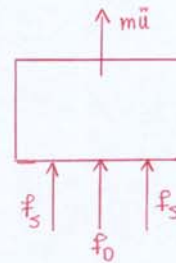
$$\frac{1}{K_t} = \sum \frac{1}{K_i}$$

$$F = K\Delta \rightarrow \Delta = \frac{F}{K}$$

مثال: مدل یک ماشین اندازه گیری ارتعاش طبق شکل زیر تحت ارتعاش هارمونیک $A \sin \Omega t$ قرار دارد معادله این دستگاه را بر اساس تغییر مکان نسبی u برست آورید.



تفاوت: $u > u_g$
 * معادله برای سیستم مستقر می‌باشد



$$\sum F_y = 0 : m\ddot{u} + f_D + 2f_S = 0$$

$$f_D = c(\dot{u} - \dot{u}_g)$$

$$f_S = \frac{K}{2}(u - u_g)$$

$$\Rightarrow m\ddot{u} + c(\dot{u} - \dot{u}_g) + K(u - u_g) = 0$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + Ku = c\dot{u}_g + Ku_g$$

$$u_g = A \sin \Omega t \rightarrow \dot{u}_g = A \Omega \cos \Omega t \rightarrow \ddot{u}_g = -A \Omega^2 \sin \Omega t$$

$$\Rightarrow m\ddot{u} + c\dot{u} + Ku = \underbrace{c(A \Omega \cos \Omega t) + K(A \sin \Omega t)}_{P(t)}$$

- $u(t)$ بر اساس مختصات مطلق مورد جرم بررسی می‌آید.

$$u_r = u - u_g \rightarrow u = u_r + u_g \rightarrow \ddot{u} = \ddot{u}_r + \ddot{u}_g$$

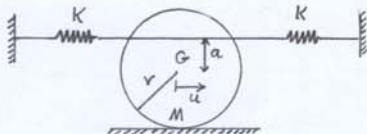
$$m\ddot{u} + c(\dot{u} - \dot{u}_g) + K(u - u_g) = 0 \rightarrow m(\ddot{u}_r + \ddot{u}_g) + c\dot{u}_r + Ku_r = 0$$

$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + Ku_r = -m\ddot{u}_g = -m(A \Omega^2 \sin \Omega t)$$

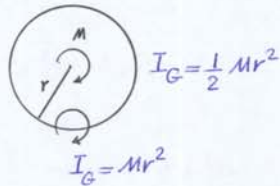
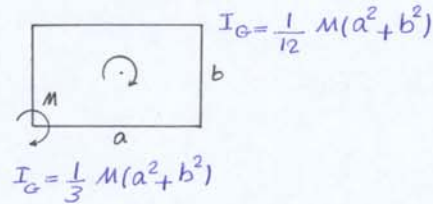
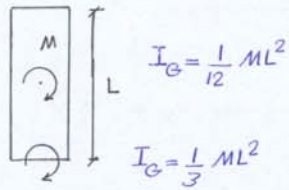
$$\Rightarrow m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + Ku_r = Am \Omega^2 \sin \Omega t$$

- $u_r(t)$ بر اساس حرکت نسبی یا تغییر شکل نسبی بررسی می‌آید.

مثال: با استفاده از روش انرژی (اصل هامیلتون) معادله تعادل دستگاه زیر را بدون در نظر گرفتن اصطکاک
 به دست آورید.



نکته: محاسبه ممان اینرسی دورانی (I_G)



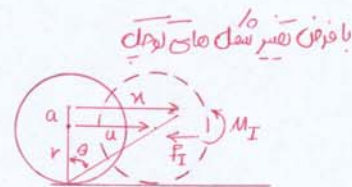
$$dm = \rho dv$$

$$I_G = \int r^2 dm = \rho \int r^2 dv$$

$$T + V = \text{cte} \rightarrow \frac{d}{dt}(T + V) = 0$$

$$T = \frac{1}{2} M \dot{u}^2 + \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}^2$$

$$I_G = \frac{1}{2} Mr^2$$



$$u = r\theta \rightarrow \dot{u} = r\dot{\theta} \rightarrow \ddot{u} = r\ddot{\theta}$$

$$x = (a + r)\theta \rightarrow \ddot{x} = (a + r)\ddot{\theta}$$

$$x = \left(\frac{a+r}{r}\right)u$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} M (r\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} Mr^2\right) \dot{\theta}^2$$

$$= \frac{1}{2} Mr^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{4} Mr^2 \dot{\theta}^2 = \frac{3}{4} Mr^2 \dot{\theta}^2$$

$$V = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} Kx^2\right) = K(r+a)^2 \theta^2$$

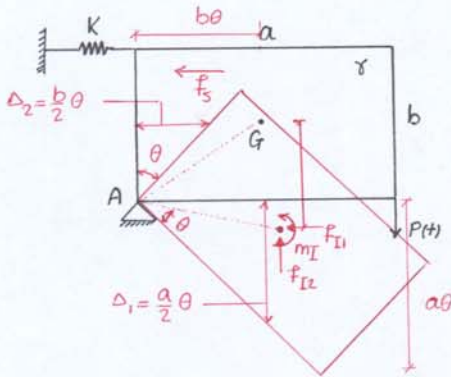
$$\frac{d}{dt}(T + V) = \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{4} Mr^2 \dot{\theta}^2 + K(r+a)^2 \theta^2 \right) = 0$$

$$\left(\frac{3}{4} Mr^2\right) \times 2\dot{\theta}\ddot{\theta} + K(r+a)^2 \times 2\theta\dot{\theta} = 0 \rightarrow \left(\frac{3}{2} Mr^2\right) \ddot{\theta} + 2K(r+a)^2 \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \underbrace{\frac{4K(r+a)^2}{3Mr^2}}_{\omega_n^2} \theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4K(r+a)^2}{3Mr^2}} = \frac{2(r+a)}{r} \sqrt{\frac{K}{3M}}$$

مثال: معادله تعادل دینامیکی صفحه صلب زیر را بدست آورید. جسم واحد سطحی را که فرض شد.



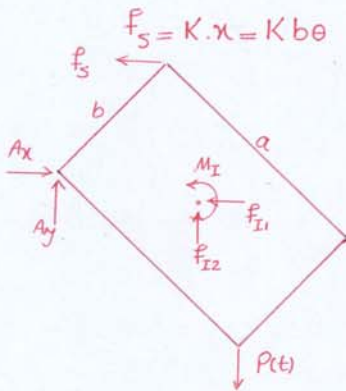
نکته: در اجسام صلب ما مختار هستیم که جسم را وزن را در مرکز جرم متمرکز کنیم.

$$\begin{aligned} F_{I1} &= M \cdot a_x = (\gamma ab) \frac{b}{2} \ddot{\theta} \\ &= \frac{1}{2} \gamma ab^2 \ddot{\theta} \end{aligned}$$

$$F_{I2} = M a_y = (\gamma ab) \frac{a}{2} \ddot{\theta} = \frac{1}{2} \gamma a^2 b \ddot{\theta}$$

$$m_I = I_G \cdot \alpha = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2) \ddot{\theta}$$

$$m_I = \frac{1}{12} (\gamma ab) (a^2 + b^2) \ddot{\theta}$$

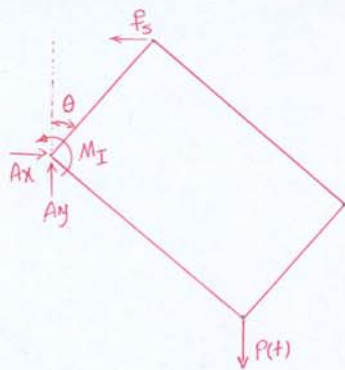


$$\sum M_A = 0 \quad \therefore F_s b + F_{I1} \frac{b}{2} + F_{I2} \frac{a}{2} + m_I - P(t) a = 0$$

$$Kb\theta \cdot b + \frac{1}{2} \gamma ab^2 \ddot{\theta} \cdot \frac{b}{2} + \frac{1}{2} \gamma a^2 b \ddot{\theta} \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{12} \gamma ab (a^2 + b^2) \ddot{\theta} - P(t) a = 0$$

$$\underbrace{\frac{\gamma b}{3} (a^2 + b^2) \ddot{\theta}}_{\text{داده } m^*} + \underbrace{\left(K \frac{b^2}{a} \right) \theta}_{K^*} = P(t)$$

$$\rightarrow m^* \ddot{\theta} + K^* \theta = P(t)$$



$$m_I = \frac{1}{3} \sigma a b (a^2 + b^2) \bar{\theta}$$

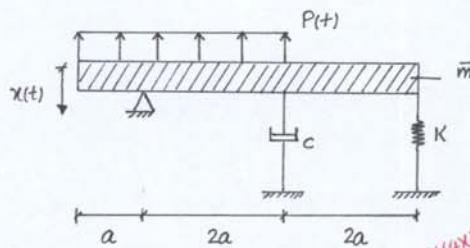
اول حد دوم :

$$F_s = K b \theta$$

$$\sum M_A = 0 : F_s \cdot b + m_I - P(t) a = 0$$

$$\Rightarrow m^* \ddot{\theta} + K^* \theta = P(t)$$

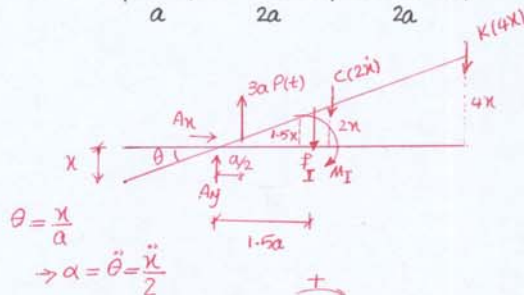
مثال : انحراف واحد طول میل-صلب زیر $\bar{m}$ باشد معادله تعادل دینامیکی سیستم را بدست آورید.



$$F_I = M a = (5a \bar{m}) \times 1.5 \ddot{x} = 7.5 a \bar{m} \ddot{x}$$

$$M_I = \left(\frac{1}{12} M L^2 \right) \alpha = \frac{1}{12} (5a \bar{m} \times 5a^2) \times \frac{\ddot{x}}{a}$$

$$= \frac{125}{12} m a^2 \ddot{x}$$



$$\sum M_A = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{P}{I} \times \frac{3}{2} a \right) + 2c\dot{x}(2a) + (4Kx \times 4a) + \frac{125}{12} \bar{m} a^2 \ddot{x} - 3a P(t) \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{65}{3} \bar{m} a \cdot \ddot{x}}_{m^*} + \underbrace{4c\dot{x}}_{c^*} + \underbrace{16Kx}_{K^*} = \underbrace{-1.5 a P(t)}_{P^*(t)}$$

$$m^* \ddot{x} + c^* \dot{x} + K^* x = P^*(t)$$

یادآوری از دینامیک

سیستم ارتعاش آزاد در چهار آزادی بیرون میرایی

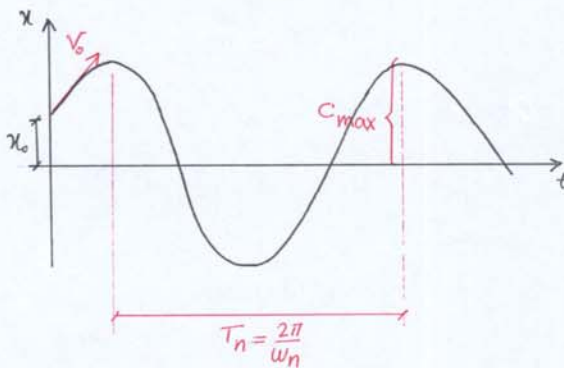
$$m \ddot{x} + K x = 0 \rightarrow \ddot{x} + \underbrace{\left(\frac{K}{m} \right)}_{\omega_n^2} x = 0 \rightarrow \ddot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

$$x = x_c = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t$$

I.C. : $x(0) = x_0$
 $\dot{x}(0) = V_0 \Rightarrow x = \left(\frac{V_0}{\omega_n}\right) \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t$
 $= C \sin(\omega_n t + \varphi)$

C : دامنه
 φ : زاویه فاز اوليه

$$C = \sqrt{\left(\frac{V_0}{\omega_n}\right)^2 + x_0^2} \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{x_0}{V_0/\omega_n}$$



ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزادی با میرایی

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = 0$$

نسبت میرایی : $\xi = \frac{c}{c_c}$

$$c_c = 2m\omega_n = 2\sqrt{Km}$$

الف - $c > c_c \Rightarrow \xi > 1$ میرایی شدید

$$x = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad \text{حالت غیر ارتعاشی}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{K}{m}} \quad \text{حالتان ضابطه}$$

ب - $c = c_c \Rightarrow \xi = 1$ میرایی بحرانی

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{c}{2m} = -\frac{2m\omega_n}{2m} = -\omega_n$$

$$x = (A + Bt)e^{-\omega_n t}$$

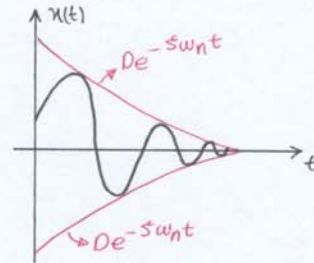
حالت خراباشی میرانی

$$c < c_c \rightarrow \xi < 1$$

حالت ارتعاشی میرانی

$$x = D \sin(\omega_d t + \tau) e^{-\xi \omega_n t}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$



برود میرا بلندتر از برود نامیرا : $\omega_d < \omega_n \rightarrow T_d > T_n$

ارتعاش و اداسه اجباری سیستم یک درجه آزادی تحت بارهارموشک برون میرانی

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \sin \omega t$$

ω : فرکانس دورانی بار وارده (بارندازی)

ω_n : فرکانس دورانی طبیعی سیستم

ω_d : فرکانس دورانی میرا

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$x = x_c + x_p$$

$$\text{جواب عمومی} : x_c = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t$$

$$\text{جواب خصوصی} : x_p = D \sin \omega t$$

$$x = \underbrace{A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t}_{\text{جواب عمومی یا اندرا}} + \underbrace{\frac{F_0/k}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \sin \omega t}_{\text{جواب خصوصی یا ماندگار}}$$

$$\text{I.C. : } \begin{aligned} x(0) &= 0 \\ \dot{x}(0) &= V_0 = 0 \end{aligned} \Rightarrow x = \underbrace{\left(\frac{F}{k} \right)}_{\text{م.ف.}} \underbrace{\frac{1}{1 - \beta^2}}_{\text{م.ف.}} (\sin \omega t - \beta \sin \omega_n t)$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow \omega = \beta \omega_n$$

$$\text{نسبت پاسخ} = \text{Response Ratio} = R(t) = \frac{x}{x_{st}}$$

$$= \frac{1}{1 - \beta^2} (\sin \omega t - \beta \sin \omega_n t)$$

$$m\ddot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t$$

$$x = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t + \frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2} \sin \omega t$$

I.C. 3 $\begin{matrix} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{matrix} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{F_0}{K}}_{\text{M.F.}} \underbrace{\frac{1}{1 - \beta^2}}_{\text{موتلف-بیا}} (\underbrace{\sin \omega t}_{\text{موتلف-نورا}} - \underbrace{\beta \sin \omega_n t}_{\text{موتلف-نورا}})$

ارتعاش واداشته سیستم یک درجه آزادی تحت بار هارمونیک با میرایی

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t$$

* در سامانهان پُرسر سوابق داریم

$x_c =$ جواب حالت ارتعاش آزار با میرایی

$$x_p = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t$$

جواب هارمونیک با میرایی: $x_p = C' \sin(\omega t - \varphi')$

$$C' = \frac{F_0/K}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}}$$

$$\varphi' = \text{Arc tg} \left(\frac{c\omega/K}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \right)$$

$$M.F. = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}}$$

حالت پُرسر: $\frac{\omega}{\omega_n} = 1 \Rightarrow M.F. = \frac{1}{\sqrt{0 + (2\zeta)^2}} \approx \frac{1}{2\zeta} \Rightarrow C' = \frac{F}{K} \cdot \frac{1}{2\zeta} \quad \text{Max حالت}$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t \rightarrow x(t) = e^{-\zeta \omega_n t} (A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t) +$$

$$\frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta \beta)^2} [(1 - \beta^2) \sin \omega t - 2\zeta \beta \cos \omega t]$$

$$R(t) = \frac{\sin B\omega_n t - B \sin \omega_n t}{1 - B^2}$$

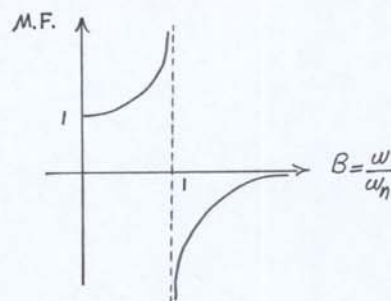
در حالت سُرید $\lim_{B \rightarrow 1} R(t) = \frac{0}{0} \rightarrow$ استفاده از قاعده هسپیتال $\lim_{B \rightarrow 1} R(t) = \frac{\omega_n t \cos B\omega_n t - \sin \omega_n t}{-2B}$

$$\lim_{B \rightarrow 1} R(t) = \frac{\omega_n t \cos \omega_n t - \sin \omega_n t}{-2}$$

در حالت سُرید $R(t) = \frac{\sin \omega_n t - \omega_n t \cos \omega_n t}{2}$

Magnification Factor: $M.F. = \frac{(x_p)_{\max}}{x_{st}} = \frac{F_0/k \cdot \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2}}{F_0/k}$

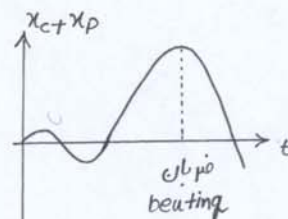
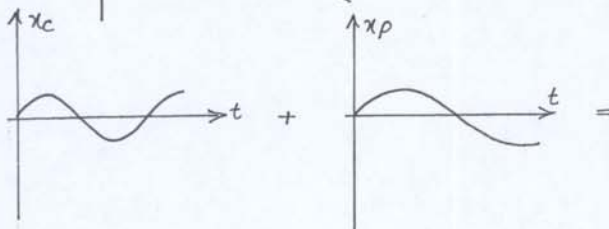
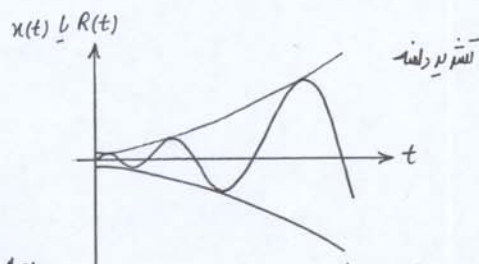
$$= \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} = \frac{1}{1 - \beta^2}$$



$M.F. = 1 \leftarrow \beta \ll 1 \leftarrow \omega \ll \omega_n$ (در سازه‌های سخت)

$M.F. = \infty (=20) \leftarrow \beta = 1 \leftarrow \omega = \omega_n$ (در سازه‌های با سختی متوسط)

$M.F. = 0 \leftarrow \beta \gg 1 \leftarrow \omega \gg \omega_n$ (در سازه‌های نرم)



$$I.C. \begin{cases} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{cases} \Rightarrow B = \frac{F_0}{K} \frac{2\zeta\beta}{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}$$

$$\Rightarrow \text{یا} \quad x(t) = \frac{F_0}{K} \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} [(1-\beta^2) \sin \omega t - 2\zeta\beta \cos \omega t]$$

$$= c \sin(\omega t - \tau)$$

$$\text{دامنه ارتعاش یا} \quad c = \frac{F_0}{K} [(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]^{-1/2}$$

$$\tau' = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta\beta}{1-\beta^2} \right)$$

$$\text{در حالت سرن} \quad \beta_{peak} = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad \Rightarrow (M.F.)_{max} = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - 2\zeta^2}} \approx \frac{1}{2\zeta}$$

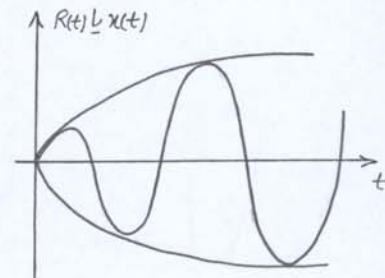
$$(M.F.)_{max} = \frac{1}{2\zeta} \quad \xrightarrow{\zeta \rightarrow 0} (M.F.) \rightarrow \infty$$

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t) - \frac{F_0}{K} \frac{1}{2\zeta} \cos \omega t$$

$$\omega_d = \omega_n \approx \omega \quad \leftarrow \text{و میتوان هر دو را با هم جایگزین کرد}$$

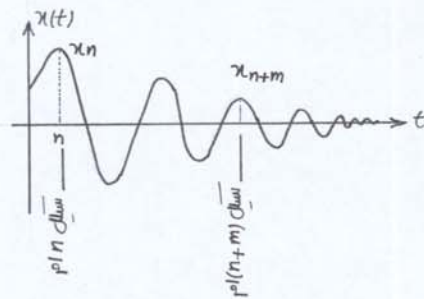
$$I.C. \begin{cases} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{cases} \Rightarrow x(t) = \frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{2\zeta} \cos \omega_n t (e^{-\zeta\omega_n t} - 1)$$

$$R(t) = \frac{1}{2\zeta} \cos \omega_n t (e^{-\zeta\omega_n t} - 1)$$



روش های تعیین مقدار میرایی
الف - روش آزمایشگاهی (تجربی)

در این روش با شبیه سازی میرایی با مدل لنگر و ستون آلاستیک و دانستن خواص سازه و همچنین اندازه گیری مقدار K و m در آزمایشگاه صورت می گیرد. برای سازه های فلزی که حدود ۵ درصد میرایی سازه های بتنی حدود ۱۵ درصد می باشد.



ب- روش منزل تاریخی یا گاهی تاریخی

$$x = D \sin(\omega_d t + \varphi) e^{-\zeta \omega_n t}$$

$$\frac{x_n}{x_{n+m}} = \frac{D \sin(\omega_d t_n + \varphi) e^{-\zeta \omega_n t_n}}{D \sin(2m\pi + \omega_d t_n + \varphi) e^{-\zeta \omega_n (t_n + mT_d)}} = \frac{e^{-\zeta \omega_n t_n}}{e^{-\zeta \omega_n (t_n + mT_d)}}$$

$$\sin \alpha = \sin(2K\pi + \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{x_n}{x_{n+m}} = e^{-\zeta \omega_n (t_n - t_n - mT_d)}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\frac{x_n}{x_{n+m}} = e^{m\zeta \omega_n \cdot \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{\frac{2\pi m \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\zeta < 0.2 \Rightarrow \sqrt{1-\zeta^2} \approx 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x_n}{x_{n+m}} = e^{\frac{2\pi m \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \\ \frac{x_n}{x_{n+m}} \approx e^{2\pi m \zeta} \end{array} \right\}$$

* تمام مجهول ζ می باشد زیرا ω_n از دو طرف دارم ؟

$$L_n\left(\frac{x_n}{x_{n+m}}\right) = 2\pi m \zeta \xrightarrow{\text{روش تاریخی}} \zeta = \frac{1}{m} L_n\left(\frac{x_n}{x_{n+m}}\right) = 2\pi \zeta$$

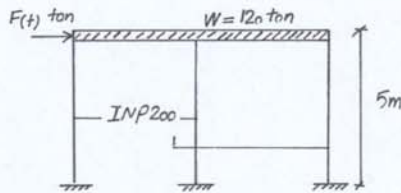
$$\left. \begin{array}{l} \text{رابطه تقریبی: } \frac{x_n}{x_{n+m}} = e^{2\pi m \zeta} \\ e^{\alpha} \approx 1 + \alpha \end{array} \right\} \frac{x_n}{x_{n+m}} \approx 1 + 2\pi m \zeta \rightarrow \zeta = \frac{x_n - x_{n+m}}{2\pi m x_{n+m}}$$

ج-

در این روش تعداد سیل های لازم برای گاهی ده در هر دامنه اندازه گیری می شود و مقدار ζ برابر می شود با:

$$\zeta \approx \frac{0.1}{n}$$

مثال: در یک قاب فولادی نیروی هارمونیک $F_t = 0.15 \sin \frac{\pi t}{4}$ اعمال می‌گردد این قاب موتورکی را بر روی خود حمل می‌کند اگر در صورت میرایی ۵ باشد دامنه حرکت پایداری و همچنین در اکثر تنش ستون‌ها را محاسبه کنید. در حالت تشدید این عدد ها کمتر می‌شوند.



$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$I = 2140 \text{ cm}^4$$

$$K = 3 \times \frac{12EI}{L^3} = \frac{3 \times 2.1 \times 10^6 \times 12 \times 2140}{(500)^3} = 1294.3 \text{ Kg/cm}$$

$$\chi_{st} = \frac{F_0}{K} = \frac{0.15 \times 10^3}{1294.3} = 0.386 \text{ cm} \approx 0.0039 \text{ m}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{1294.3 \times 100 \text{ Kg/m}}{120 \times 10^3 / 9.81}} = 3.25 \text{ Rad/s} \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2 = 981 \text{ cm/s}^2$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{\pi/2}{3.25} = 0.483$$

$$C = \frac{F_0}{K} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (25\beta)^2}} = \frac{0.0039}{\sqrt{(1-0.483^2)^2 + (2 \times 0.05 \times 0.483)^2}} = 0.005 \text{ m} = 0.5 \text{ cm}$$

$$V_{max} = 12 \frac{EI}{L^3} \times C = \frac{12 \times 2.1 \times 10^6 \times 2140}{(500)^3} \times 0.5 = 215.7 \text{ Kg/cm}$$

× هر ستون سه بار به منته شده باقی‌مانده سختی فنر در جابجایی بیش‌ترین می‌آید.

$$M_{max} = V \cdot L = 215.7 \times 500 = 107856 \text{ Kg/cm}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I} = \frac{107856 \times 10}{2140} = 504 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C = \chi_{max} = \frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{25} = 0.0039 \times \frac{1}{2 \times 0.05} = 3.9 \text{ cm}$$

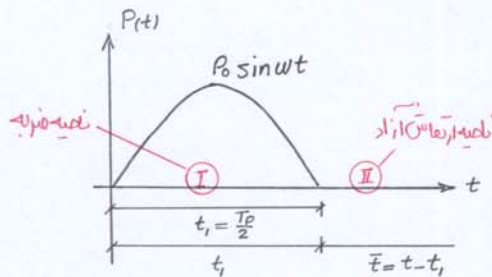
در حالت تشدید:

$$V_{max} = K \times C_{max} = 1682.6 \text{ Kg/cm}$$

$$M_{max} = 841300 \text{ Kg/cm}, \quad \sigma_{max} = 3931 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{نسبت تشدید به حالت اولی} = \frac{3931}{504} \approx 7.8$$

بارگذاری ضربتی Shock load
بارگذاری ضربتی باری است که به صورت ضربتی در یک مدت کوتاه به سازه وارد شود



الف- بار ضربتی سینوسی

برای سیستم بدون میرایی و بدون شرایط اولیه

نکته: اگر زمان ضربت کوتاه باشد میرایی مؤثر نبوده و فرست جذب انرژی کم پیرانی کند.

در نقطه ضربتی اگر $t < t_1 = \frac{T_P}{2} \rightarrow \chi(t) = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1-\beta^2} (\sin \omega t - \beta \sin \omega_n t)$

اگر $t > t_1$: ارسا آزاد $\rightarrow \chi(t) = \frac{\dot{\chi}(t_1)}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t} + \chi(t_1) \cos \omega_n \bar{t}$

* شرایط اولیه ارسا آزاد = شرایط انتهای ضربتی $t_1 = \frac{T_P}{2} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\omega}$

سرعت صفر گردد و شرایط بحرانی تر شدن داشته $\beta = \frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow \omega = \beta \omega_n$

$t \leq t_1 \rightarrow \omega t \leq \pi \rightarrow \dot{\chi}(t) = 0$

$\Rightarrow \omega \cos \omega t - \beta \omega_n \cos \omega_n t = 0$

$\cos \omega t = \cos \omega_n t \rightarrow \omega t = 2\pi - \omega_n t$

$\rightarrow \omega t + \omega_n t = 2\pi \rightarrow \omega t (1 + \frac{\omega_n}{\omega}) = 2\pi$
 $\frac{1}{\beta}$

$\omega t (1 + \frac{1}{\beta}) = 2\pi \rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{1 + \frac{1}{\beta}} \rightarrow \frac{2\pi}{1 + \frac{1}{\beta}} \leq \pi$
 $\omega t \leq \pi$

نظراً که اگر $B < 1$ باشد حرکت دامنه تغییر مکان صافاً در ناحیه ضربات اتفاق می افتد.

مثال: اگر مقدار $B = \frac{2}{3}$ باشد ضربات بزرگنمایی چه قدر می باشد.

حرکت دامنه در ناحیه ضربات اتفاق می افتد $B = \frac{2}{3} < 1$

$$\omega t = \frac{2\pi}{1 + \frac{1}{B}} = \frac{2\pi}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{5} = 0.8\pi$$

$$\omega_n t = \frac{\omega t}{B} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5} \pi = \frac{12}{10} \pi = 1.2\pi$$

$$x(t)_{\max} = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1-B^2} (\sin \omega t - B \sin \omega_n t)$$

$$x(t)_{\max} = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1-\frac{4}{9}} (\sin 0.8\pi - \frac{2}{3} \sin 1.2\pi) \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow M.F. = \frac{x_{\max}(t)}{x_{st}} \\ x_{st} = \frac{P_0}{K} \end{array} \right\} \frac{1}{1-\frac{4}{9}} (\sin 0.8\pi - \frac{2}{3} \sin 1.2\pi) = 1.77$$

اگر $B > 1$ حرکت دامنه در ارتعاش آزاد ← طبق حالت قبل

$$x_{\max} = \frac{2P_0 B}{K(1-B^2)} \cos \frac{\pi}{2B}$$

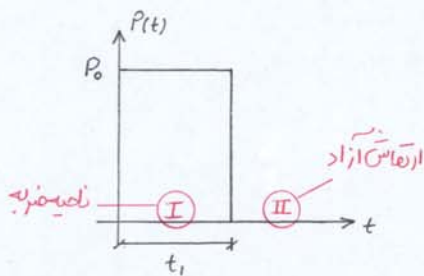
$$M.F. = \frac{2B}{1-B^2} \cos \frac{\pi}{2B} \rightarrow \text{با قرار دادن مستوی برابر صفر}$$

$$\Rightarrow (M.F.)_{\max} = \frac{\pi}{2} = 1.57$$

مثال: اگر $B = \frac{4}{3}$ باشد ضربات بزرگنمایی چه قدر می شود.

حرکت در ناحیه ارتعاش آزاد $B = \frac{4}{3} > 1$

$$M.F. = \frac{2B}{1-B^2} \cos \frac{\pi}{2B} = \frac{2 \times \frac{4}{3}}{1-\frac{16}{9}} \cos \frac{3\pi}{8} = 1.312$$



ب. بار مستطینی یا پلسی step load

اگر $0 \leq t \leq t_1$

$$P(t) = P_0 \rightarrow m\ddot{x} + Kx = P_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_c = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t \\ x_p = \frac{P_0}{K} \end{cases}$$

$$x(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t + \frac{P_0}{K}$$

$$\text{I.C. : } \begin{cases} x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -\frac{P_0}{K} \\ A = 0 \end{cases} \Rightarrow x(t) = -\frac{P_0}{K} \cos \omega_n t + \frac{P_0}{K}$$

$$x(t) = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \omega_n t)$$

شرط خرابی سازه : سرعت منفی شود $\dot{x}(t) = 0$

$$\dot{x}(t) = \frac{P_0}{K} (0 + \omega_n \sin \omega_n t) = 0 \Rightarrow \frac{P_0 \omega_n}{K} \sin \omega_n t = 0$$

$$\Rightarrow \sin \omega_n t = 0 \rightarrow \omega_n t = \pi$$

$$\frac{2\pi}{T} t = \pi \rightarrow t = \frac{T}{2}$$

اگر $\frac{t_1}{T} > \frac{1}{2}$ یعنی $t_1 > \frac{T}{2}$ در ناحیه ناهمبافتی اتفاق می افتد.

$$x_{\max} = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \pi) = \frac{P_0}{K} (1 - (-1)) = \frac{2P_0}{K} \rightarrow (M.F.)_{\max} = 2, \omega_n t = \pi$$

اگر $\frac{t_1}{T} < \frac{1}{2}$ یعنی $t_1 < \frac{T}{2}$ در ناحیه ارتعاش آزاد اتفاق می افتد.

$$x_{\max} = \frac{2P_0}{K} \sin\left(\frac{\omega_n t_1}{2}\right) \rightarrow M.F. = 2 \sin \frac{\omega_n t_1}{2} \rightarrow (M.F.)_{\max} = 2$$

بارگذاری ضربی هم تراوم
نکته: اگر نسبت $(\frac{t_1}{T})$ کم باشد شکل بارگذاری دیگر مهم نیست و فقط مقدار بار وارده باید در نظر گرفته شود در این حالت دامنه کار ضربی صفا در ناحیه ارتعاش آزاد اتفاق می افتد.

t_1 : مدت زمان اعمال نیرو (ضربه)

T : پریود ارتعاش سازه

نکته: در این حالت بارگذاری باعث زمان ضعیف کم شدن های الاستیک تحت تأثیر قرار نمی گیرد چون تغییر شکل ها ضعیف نوع هستند.

پیک صفا در ناحیه ارتعاش آزاد $\rightarrow$ ضربه تراوم کم $\rightarrow \frac{t_1}{T} < \frac{1}{4} = 0.25$
تقریباً $\frac{1}{4}$ در نظر می گیرند

$$x(t) = \frac{\dot{x}(t_1)}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t} + \underbrace{x(t_1)}_{=0} \cos \omega_n \bar{t} \quad ; \quad \bar{t} = t - t_1$$

$$x(t) = \frac{\dot{x}(t_1)}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t}$$

$$\Delta V = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} F dt \quad * \text{ در دینامیک}$$

سطح زیر نمودار

$$\Delta \dot{x}(t) = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} [P(t) - \underbrace{K(t)}_{=0}] dt$$

$$\dot{x}(t_1) - \dot{x}(0) = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} P(t) dt$$

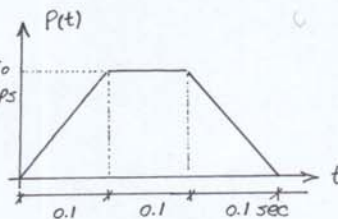
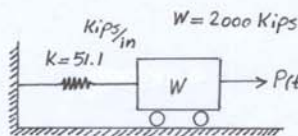
$$\dot{x}(t_1) = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} P(t) dt \quad \rightarrow \quad x(t) = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} P(t) dt \cdot \frac{1}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t}$$

سطح زیر منحنی بار

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{m \omega_n} \left(\int_0^t P(t) dt \right) \sin \omega_n \bar{t}$$

$$x_{max} = \frac{1}{m \omega_n} \int_0^{t_1} P(t) dt$$

مثال: در شکل زیر حالتی تغییر شکل و حرکات نیروی برشی را بدست آورید.



$$* g = 9.81 \text{ m/s}^2 = 981 \text{ cm/s}^2$$

$$= 32.2 \text{ ft/s}^2 = 386.4 \text{ in/s}^2$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{2000/386.4}{51.1}} \rightarrow T = 2 \text{ sec}$$

$$\omega_n = \frac{K}{m} = 3.14 \text{ Rad/sec} \quad t_1 = 0.3 \rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{0.3}{2} = 0.15 < 0.25 \quad \text{ضربه اول رخداد}$$

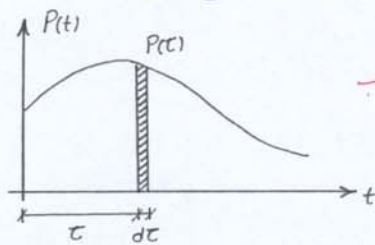
$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^{t_1} P(t) dt$$

$$x_{\max} = \frac{1}{\frac{2000}{386.4} \times 3.14} \left[\left(\frac{0.1+0.3}{2} \right) \times 50 \right] = 0.615 \text{ in}$$

مساحت دوزخ

$$V_{\max} = \dot{x}_{\max} = K x_{\max} = 51.1 \times 0.615 = 31.43 \text{ Kips}$$

تحلیل دینامیکی سازه یک درجه آزادی تحت بار لرزایی کلی (انکراول دو هامل، دیو هامل)



$\int_0^{t_1} P(t) dt < \frac{T}{10}$ دقت خوب

... با توجه به این که از تحلیل کلی استفاده می‌کنیم مجاز هستیم به معادل برای نواحی مختلف را درست آورده و از super position استفاده کنیم.

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \left(\int_0^{t_1} P(t) dt \right) \sin \omega_n \bar{t} \quad ; \quad \bar{t} = t - t_1$$

$$dx(t) = \frac{1}{m\omega_n} P(\tau) d\tau \sin \omega_n (t - \tau) \quad \text{میان میرایی}$$

$$x(t) = \int dx \Rightarrow x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau$$

حل عمومی انکراول دیو هامل توسط دوزخ و دوزخ و سیسپرون می‌باشد.

$$\sin \omega_n (t - \tau) = \sin \omega_n t \cos \omega_n \tau - \cos \omega_n t \sin \omega_n \tau$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n t \cos \omega_n \tau d\tau -$$

$$\frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \cos \omega_n t \sin \omega_n \tau d\tau$$

$$x(t) = \sin \omega_n t \underbrace{\frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \cos \omega_n \tau d\tau}_{A(t)} - \cos \omega_n t \underbrace{\frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n \tau d\tau}_{B(t)}$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} (A(t) \sin \omega_n t - B(t) \cos \omega_n t)$$

- برای محاسبه $A(t)$ و $B(t)$ از روش سیمپسون یا ذوزنقه استفاده می‌گردد.

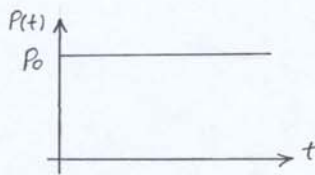
$$A(t) = \int_0^t P(\tau) \cos \omega_n \tau d\tau = \int_0^t I(\tau) d\tau$$

$$A(t) = \Delta\tau \cdot \frac{1}{2} (I_0 + 2I_1 + 2I_2 + \dots + 2I_{n-1} + I_n) \quad \text{روش ذوزنقه}$$

$$A(t) = \Delta\tau \cdot \frac{1}{3} (I_0 + 4I_1 + 2I_2 + 4I_3 + \dots + I_n) \quad \text{روش سیمپسون (n باید زوج باشد)}$$

$$\text{از شرایط اولیه اولی و دومی استفاده می‌کنیم} \quad x(t) = \frac{\dot{x}(t)}{\omega_n} \sin \omega_n t + x(t) \cos \omega_n t + \frac{1}{\omega_n m} \int_0^t P(\tau) d\tau \sin \omega_n t$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t + \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$



$$\text{شرایط اولیه} \quad x_0 = 0 \quad \dot{x}_0 = 0$$

ج- بار ثابت

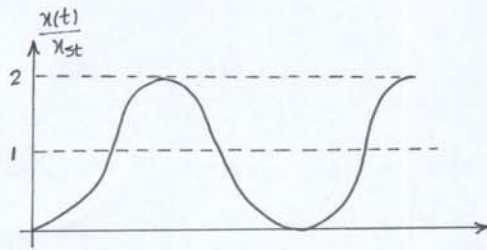
$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t + \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_0 \sin \omega_n (t-\tau) d\tau = \frac{P_0}{m\omega_n} \int_0^t \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$

$$= \frac{P_0}{m\omega_n^2} \left[\cos \omega_n (t-\tau) \right]_0^t$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (\cos 0 - \cos \omega_n t) \rightarrow x(t) = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \omega_n t)$$

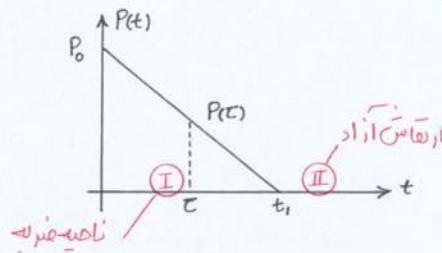
$K = m\omega_n^2$



→ بارشانی

$$P(\tau) = P_0 \left(1 - \frac{\tau}{t_1}\right)$$

سرش اولی: $x_0 = 0$
 $\dot{x}_0 = 0$



حالت ضربه: $t < t_1$

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t + \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_0 \left(1 - \frac{\tau}{t_1}\right) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \omega_n t) - \frac{P_0}{K t_1} \left(\frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} - t \right)$$

$$M.F. = 1 - \cos \omega_n t + \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t} - \frac{t}{t_1} = 1 - \cos \frac{2\pi t}{T} + \frac{\sin \frac{2\pi t}{T}}{\frac{2\pi t}{T}} - \frac{t}{t_1}$$

حالت ارتعاش آزاد: $t > t_1$

$$x(t_1) = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \omega_n t_1) + \frac{P_0}{K t_1} \left(\frac{\sin \omega_n t_1}{\omega_n} - t_1 \right)$$

$$= \frac{P_0}{K} \left(1 - \cos \omega_n t_1 + \frac{\sin \omega_n t_1}{\omega_n t_1} - \frac{t_1}{t_1} \right)$$

$$\Rightarrow x(t_1) = \frac{P_0}{K} \left(\frac{\sin \omega_n t_1}{\omega_n t_1} - \cos \omega_n t_1 \right)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{P_0}{K} (\omega_n \sin \omega_n t) + \frac{P_0}{K t_1} (\cos \omega_n t - 1)$$

$$\Rightarrow \dot{x}(t_1) = \frac{P_0}{K} \left(\omega_n \sin \omega_n t_1 + \frac{\cos \omega_n t_1}{t_1} - \frac{1}{t_1} \right)$$

$$x(t) = \frac{\dot{x}(t_1)}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t} + x_0 \cos \omega_n \bar{t} \quad ; \quad \bar{t} = t - t_1$$

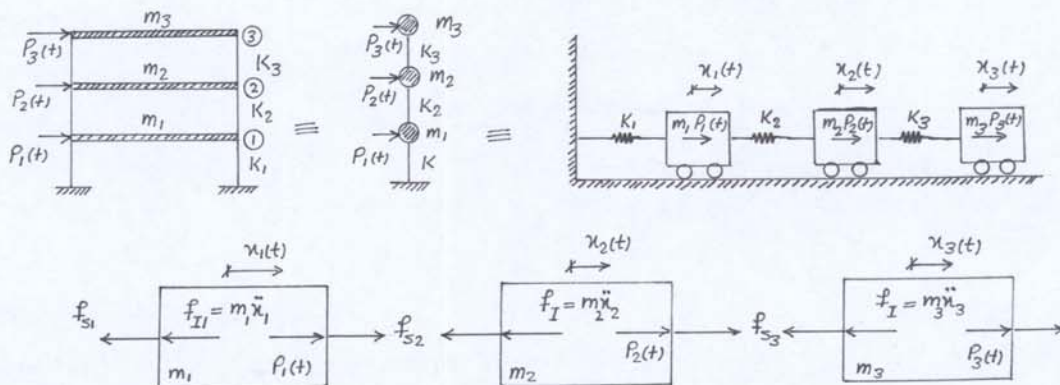
$$x(t) = \frac{P_0}{K \omega_n t_1} \left\{ \sin \omega_n t - \sin \omega_n (t - t_1) \right\} - \frac{P_0}{K} \cos \omega_n t$$

- اگر در سیستم میرایی وجود داشته باشد:

$$x(t) = \frac{1}{m \omega_d} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi \omega_n (t-\tau)} \sin \omega_d (t-\tau) d\tau$$

سیستم های چند درجه آزادی (MDOF)

- روش ساده در سازه های چلچلی دو درجه ای:



$$\begin{cases} f_{s1} + m_1 \ddot{x}_1 - f_{s2} - P_1(t) = 0 \\ f_{s2} + m_2 \ddot{x}_2 - f_{s3} - P_2(t) = 0 \\ f_{s3} + m_3 \ddot{x}_3 - P_3(t) = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} f_{s1} = K_1 x_1 \\ f_{s2} = K_2 (x_2 - x_1) \\ f_{s3} = K_3 (x_3 - x_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (K_1 + K_2) x_1 - K_2 x_2 = P_1(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + (K_2 + K_3) x_2 - K_2 x_1 - K_3 x_3 = P_2(t) \\ m_3 \ddot{x}_3 - K_3 x_2 + K_3 x_3 = P_3(t) \end{cases}$$

$$\text{معادلات:} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{Bmatrix}$$

در حالت بیرون میرایی: $[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{P(t)\}$

در حالت با میرایی: $[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{P(t)\}$

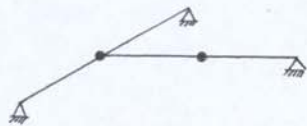
ارتعاش آزاد و سیستم چند درجه آزادی بیرون میرایی

$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \rightarrow x = \hat{x} \sin(\omega_n t + \theta)$ (زاویه دوران)
 $\dot{x} = \hat{x} \omega_n \cos(\omega_n t + \theta)$
 $\ddot{x} = -\hat{x} \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \theta)$ (دامنه)

$\Rightarrow \ddot{x} = -\hat{x} \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \theta) = -\omega_n^2 x$
 $-M \hat{x} \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \theta) + K \hat{x} \sin(\omega_n t + \theta) = 0$
 $\Rightarrow (K - \omega_n^2 M) \hat{x} \sin(\omega_n t + \theta) = 0$ (دترمینان) $\neq 0$

$\omega_n^2 M - K = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{K/M}$ معادله n مجهول $\Rightarrow$ شرط جواب داشتن معادله

نحوه معادله ماتریس جرم و سختی
۱- جرم را در نقطه‌ای باید متمرکز کنیم که حساس بوده و تغییر شکل داشته باشد. مثل و سه تیرها و وصل اتصال تیرها به یکدیگر.



۲- در هر درجه آزادی می‌توان معادلات تعادل را نوشت.

۳- تعریف درایه‌های ماتریس به صورت زیر می‌باشند:

K_{ij} : نیروی الاستیک ایجاد شده در درجه آزادی i بر اثر تغییر مکان واحد اعمال شده در درجه آزادی j،
 m_{ij} : جرم (نیروی اینرسی) ایجاد شده در درجه آزادی i بر اثر شتاب واحد اعمال شده در درجه آزادی j،
 C_{ij} : میرایی ایجاد شده در درجه آزادی i بر اثر سرعت واحد اعمال شده در درجه آزادی j.

$c_{ij} = c_{ji}$

$K_{ij} = K_{ji}$

$m_{ij} = m_{ji}$

۴- با توجه به قانون تپی ماکسول داریم:

$m_{ii} > 0, K_{ii} > 0, c_{ii} > 0$

نکته: ماتریس جرم، سختی و میرایی ماتریس‌های مربعی متقارن هستند. اولاً در این‌های روی قطر اصلی آنها مثبت است، ثانیاً مثبت به قطر اصلی متقارن است، ثالثاً در دترمینان ضرایب آنها مثبت است.

۵- اگر دترمینان ماتریس سختی منفی باشد، املاحاً لغت می‌شود که سازه ناپایدار (un stable) می‌باشد.

۶- میرایی بیشتر در سازه‌های با درجه آزادی کم (سازه‌های کوتاه‌تر) اثر دارد و در سازه‌های بلند معمولاً در همان چند طبقه اول مؤثر بوده و جذب انرژی می‌کند.

۷- اگر دیاگرام صلب باشد در سازه‌های دو طبقه در هر طبقه یک درجه آزادی انتقالی و برای سازه‌های سه سازه در هر طبقه سه درجه آزادی (۲ انتقالی و ۱ دورانی) در نظر می‌گیریم.
همچنین اگر دیاگرام صلب باشد ماتریس جرم قطری بوده و مقداری مثبت که مقادیر آن‌ها می‌افتد.
* دیوار برشی رفتار کششی است و قاب خمشی رفتار برشی دارد.

۸- ماتریس جرم سازه‌هایی که جرم متمرکز دارند، ماتریس قطری می‌باشند.

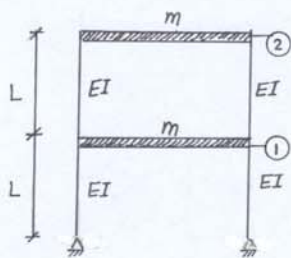
۹- در نهایت به عنوان مثال برای یک سازه سه درجه آزادی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f_{S1} = K_{11}x_1 + K_{12}x_2 + K_{13}x_3 \\ f_{S2} = K_{21}x_1 + K_{22}x_2 + K_{23}x_3 \\ f_{S3} = K_{31}x_1 + K_{32}x_2 + K_{33}x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \\ f_{S3} \end{Bmatrix} = \{f_S\} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_S\} = [K]\{x\} \rightarrow \det |K| > 0$$

$$\begin{cases} f_{I1} = m_{11}\ddot{x}_1 + m_{12}\ddot{x}_2 + m_{13}\ddot{x}_3 \\ f_{I2} = m_{21}\ddot{x}_1 + m_{22}\ddot{x}_2 + m_{23}\ddot{x}_3 \\ f_{I3} = m_{31}\ddot{x}_1 + m_{32}\ddot{x}_2 + m_{33}\ddot{x}_3 \end{cases}$$

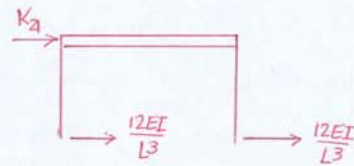
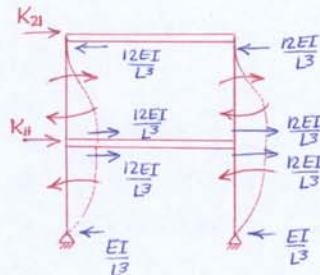
$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ f_{I3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow \{f_I\} = [M]\{\ddot{x}\} \Rightarrow \det |M| > 0$$



مثال: ماتریس جرم و سختی سازه زیر را بدست آورید:
- فرض می‌کنیم سقف صلب است، هر بار یک درجه آزادی را،
باز می‌کنیم و سختی همان درجه و درجه دیگر را بدست می‌آوریم.

الف - محاسبه ماتریس سختی

الف-۱ - بار کردن درجه آزادی ①

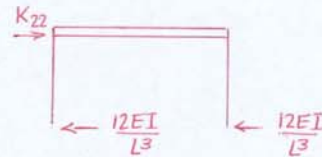
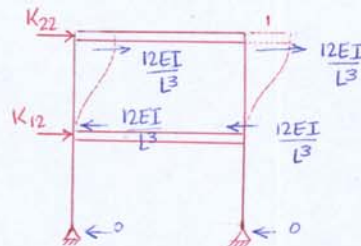


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{21} + 2 \frac{12EI}{L^3} = 0 \Rightarrow K_{21} = -\frac{24EI}{L^3}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{11} + K_{21} - 2 \frac{EI}{L^3} = 0$$

$$\Rightarrow K_{11} = \frac{30EI}{L^3}$$

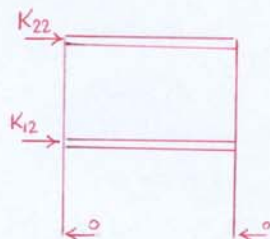
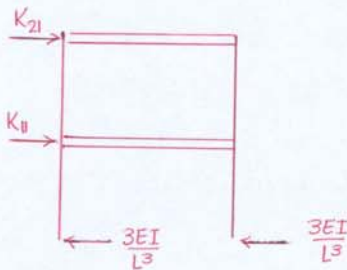
الف-۲ - بار کردن درجه آزادی ②



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{22} - 2 \frac{12EI}{L^3} = 0 \Rightarrow K_{22} = \frac{24EI}{L^3}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{22} + K_{12} = 0$$

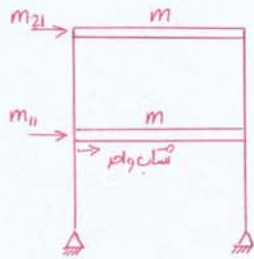
$$\Rightarrow K_{12} = -\frac{24EI}{L^3}$$



$$\begin{bmatrix} \frac{30EI}{L^3} & -\frac{24EI}{L^3} \\ -\frac{24EI}{L^3} & \frac{24EI}{L^3} \end{bmatrix} = \frac{64EI}{L^3} \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \det(K) = (5 \times 4) - (4 \times 4) = 4 > 0 \quad OK \checkmark$$

ب- محاسبه ماتریس جرم

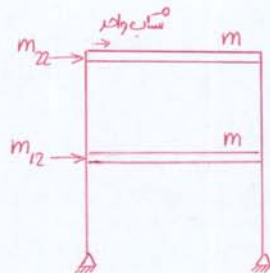
ب- ۱- بار کردن درجه آزادی ①



چون جبران با سواب و افعال شده
حرکت نمی‌کند.

$$m_{11} = m$$

ب- ۲- بار کردن درجه آزادی ②



$$m_{22} = m$$

چون جبران با سواب و افعال شده
حرکت نمی‌کند.

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \det(M) = m^2 > 0 \quad OK \checkmark$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau$$

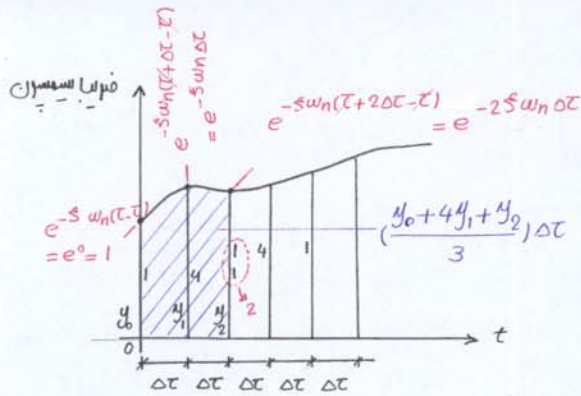
$$= A(t) \sin \omega_d t - B(t) \cos \omega_d t$$

$$A(t) = \frac{1}{\omega_d m} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \cos \omega_d \tau d\tau$$

$$B(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d \tau d\tau$$

$$A(t) = \frac{1}{m\omega_d} \times \frac{\Delta \tau}{3} (I_0 + 4I_1 + 2I_2 + \dots + 4I_{n-1} + I_n)$$

ضرب ۴

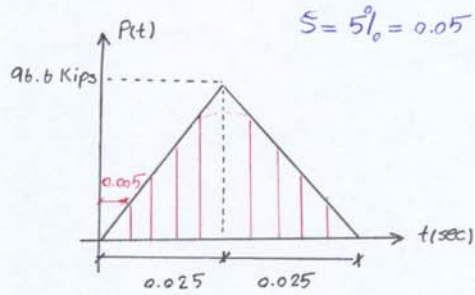
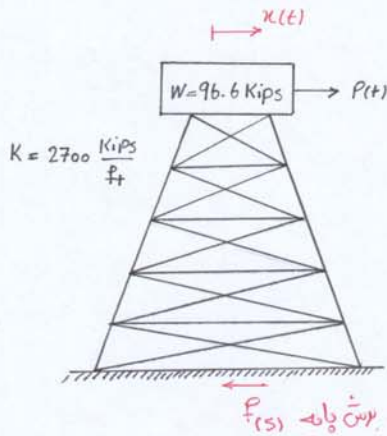


$$y_0 = 1 \times 1 = 1$$

$$y_1 = 4e^{-\xi \omega_n \Delta t}$$

$$y_2 = e^{-2\xi \omega_n \Delta t}$$

مثال: پاسخ دینامیکی یک آب زیر رادرمقابل بار انفجاری شکل زیربا استفاده از روش انتگرال دوامال واز
قاعده سیمنسون محاسبه کنید.



$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{2700}{96.6/32.2}} = 30 \text{ Rad/s}$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 0.209 \text{ sec}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 30 \sqrt{1 - 0.05^2} = 29.97 \approx 30 \text{ Rad}$$

زمان خود بارلزارت

$$\Delta t = \frac{T}{10} = \frac{0.05}{10} = 0.005 \text{ sec}$$

$$\omega_n \Delta t = 30 \times 0.005 = 0.15 \text{ Rad} = 8.59^\circ$$

$$\int_0^t I(\tau) d\tau = \Delta t \times \frac{1}{3} (I_0 + 4I_1 + 2I_2 + \dots + I_n)$$

$n=10 \rightarrow 11$

$$G = \frac{\Delta t}{3m\omega_d} = \frac{0.005}{3 \times \frac{96.6}{32.2} \times 30} = 1.852 \times 10^{-5}$$

$$\begin{aligned}
 y_0 &= 1 \\
 y_1 &= 4e^{-5\omega_n \Delta t} = 4e^{-0.05 \times 0.15} = 3.97 \\
 y_2 &= e^{-25\omega_n \Delta t} = e^{-2 \times 0.05 \times 0.15} = 0.985
 \end{aligned}$$

$T(\text{sec})$	$P(t)$ Kips	$\sin \omega t$	$\cos \omega t$	$\frac{2}{\pi}$ (4)	ضرب سیگنل y	$A(t)$	$\frac{2}{\pi}$ (3)	ضرب سیگنل y	$\theta(t)$	$\frac{7}{\pi}$ (3)	$\frac{10}{\pi}$ (4)	$\frac{11}{\pi}$ (12)	$\frac{f_f}{f_s}(t) = \sigma_x$ (13)	Kips $\frac{p}{s}(t) = Kx(t)$ $= Kx$ (14)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0.005	19.32	0.149	0.989	19.11	3.97		2.88	3.97						
0.010	38.64	0.296	0.955	36.90	0.985	112.21	11.44	0.985	22.70	33.21	21.68	11.53	2.14×10^{-4}	0.58
0.015	57.96	0.435	0.900	52.16	3.97		25.21	3.97						
0.020	77.28	0.565	0.825	63.76	0.985	418.99	43.66	0.985	177.23	236.73	146.21	90.52	1.68×10^{-3}	4.54
0.025	96.60	0.682	0.732	70.71	3.97		65.88	3.97						
0.030	77.28	0.783	0.622	48.07	0.985	810.82	60.51	0.985	542.04	634.87	337.15	297.72	5.51×10^{-3}	14.88
0.035	57.96	0.867	0.498	28.86	3.97		50.25	3.97						
0.040	38.64	0.932	0.362	13.99	0.985	487.24	36.01	0.985	837.51	920.11	303.18	616.93	0.0114	30.78
0.045	19.32	0.976	0.219	4.23	3.97		18.86	3.97						
0.050	0	0.997	0.071	0	0.985	1018.02	0	0.985	948.39	114.97	67.34	947.63	0.0176	47.52

$$* \quad 0 \times 1 + 19.11 \times 3.97 + 36.90 \times 0.985 = 112.21$$

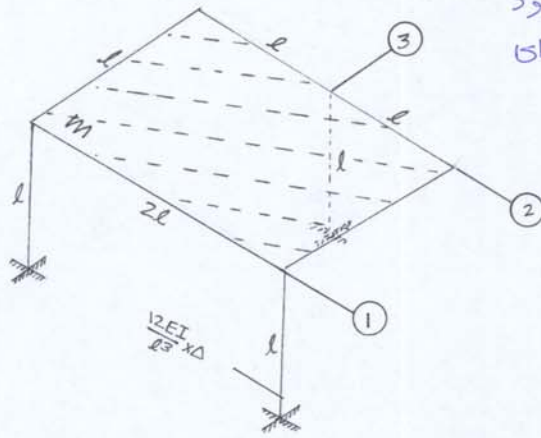
$$112.21 + 36.90 \times 1 + 52.16 \times 3.97 + 63.76 \times 0.985 = 418.99$$

$$** \quad 112.21 \times 0.296 = 33.21$$

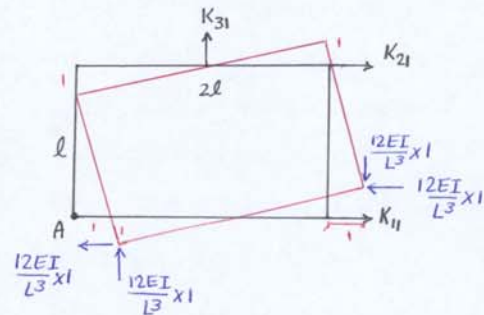
- در محاسبه هر دور تقصیر از ضرب یک در ابتدا استفاده می‌شود.
- جهت میرا بودن ضرب است اول یک و انتهای آن ۰٫۹۸۵ می‌باشد، در است دوم بار دیگر یک و انتهای آن ۰٫۹۸۵ می‌باشد.

مثال: اگر از محسوس سون ها صرف نظر کرد و وصلیت الی سون ها در هر دو جهت EXI باشد. ماتریس معین
و حجم سازه زیر را بدست آورید.

نکته: درجه آزادی ریلی به جای ستون ندارد و معمولاً سراسر ستونی در نظر گرفته می شود که آن در هر درجه را باز کردن سازه در راستای دو درجه دیگر جایابی نداشته باشد یا به عبارت دیگر نیروی ایجاد شده در راستای دیگر کاری انجام ندهد.



الف- ۱- باز کردن درجه آزادی ①



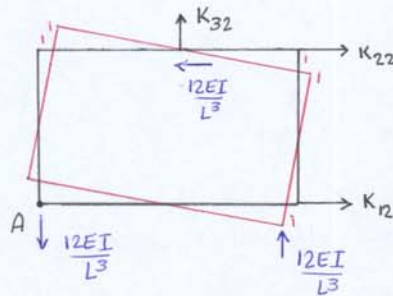
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow K_{31} + \frac{12EI}{L^3} - \frac{12EI}{L^3} = 0 \Rightarrow K_{31} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow K_{21} \times L + \frac{12EI}{L^3} \times 2L = 0 \Rightarrow K_{21} = -\frac{24EI}{L^3}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{11} + K_{21} - \frac{12EI}{L^3} - \frac{12EI}{L^3} = 0$$

$$\Rightarrow K_{11} = \frac{48EI}{L^3} > 0$$

الف- ۲- باز کردن درجه آزادی ②



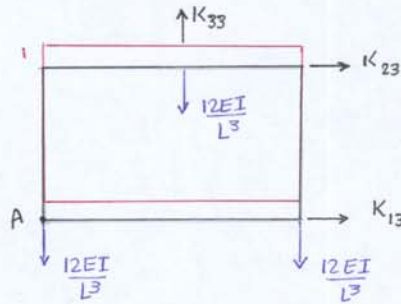
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow K_{32} + \frac{12EI}{L^3} - \frac{12EI}{L^3} = 0 \Rightarrow K_{32} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow K_{22} \times L - \frac{12EI}{L^3} \times L - \frac{12EI}{L^3} \times 2L = 0$$

$$\Rightarrow K_{22} = \frac{36EI}{L^3} > 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{12} + K_{22} - \frac{12EI}{L^3} = 0 \Rightarrow K_{12} = -\frac{24EI}{L^3}$$

الف- ۳- بارگرددن درجه آزادی ③



$$\sum F_y = 0 : K_{33} - 3 \times \frac{12EI}{L^3} = 0$$

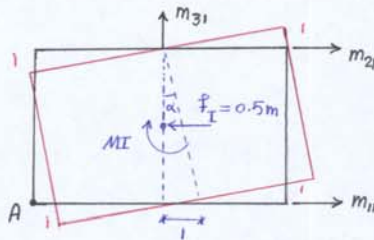
$$\rightarrow K_{33} = \frac{36EI}{L^3}$$

$$\sum M_A = 0 : K_{23} \times L + \frac{12EI}{L^3} \times L + \frac{12EI}{L^3} \times 2L - K_{32} \times L = 0$$

$$\rightarrow K_{23} = 0$$

$$\sum F_x = 0 : K_{13} + K_{23} = 0 \rightarrow K_{13} = 0$$

$$K = \frac{12EI}{L^3} \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \det(K) = \frac{12EI}{L^3} \times 24 > 0$$



ب- ۱- بارگرددن درجه آزادی ①

$$\alpha = \frac{1}{L} \times \text{مساحت} = \frac{1}{L}$$

$$F_I = 0.5m$$

$$M_I = \frac{1}{12} m(\alpha^2 + b^2) \alpha = \frac{1}{12} m(L^2 + 4L^2) \times \frac{1}{L} = \frac{5}{12} mL$$

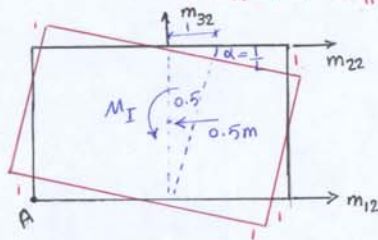
$$\sum F_y = 0 : m_{13} = 0$$

$$\sum M_A = 0 : m_{21} \times L - 0.5m \times \frac{L}{2} + \frac{5}{12} mL = 0$$

$$\rightarrow m_{21} = -\frac{m}{6}$$

$$\sum F_x = 0 : m_{11} + m_{21} - 0.5m = 0$$

$$\rightarrow m_{11} = \frac{2}{3} m > 0$$



ب- ۲- بارگرددن درجه آزادی ②

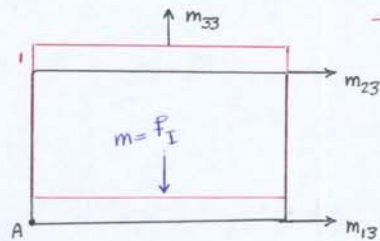
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow m_{32} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow m_{22} \times L - 0.5m \times \frac{L}{2} - \frac{5}{12} mL = 0$$

$$\rightarrow m_{22} = \frac{2}{3} m > 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow m_{12} + m_{22} - 0.5m = 0$$

$$\rightarrow m_{12} = -\frac{m}{6}$$



ب. ۳- بار کردن درجه آزادی ③

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow m_{33} = m > 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow m_{23} \times L + m \times L - m_{33} \times L = 0$$

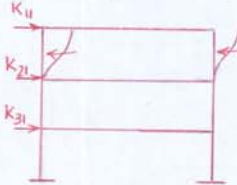
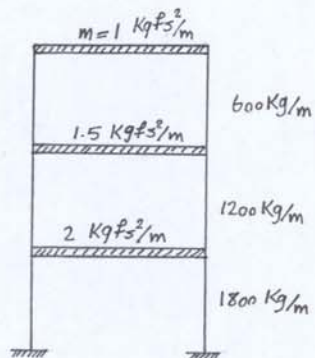
$$\rightarrow m_{23} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow m_{13} + m_{23} = 0 \rightarrow m_{13} = 0$$

$$M = m \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(M) = m \times \frac{15}{36} > 0$$

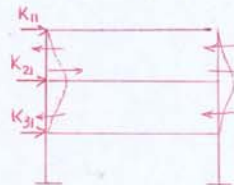
مثال: فرکانسها و مدهای ارتعاشی سازه زیر را بدست آورید:



$$K_{11} = 600$$

$$K_{21} = -600$$

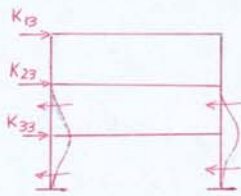
$$K_{31} = 0$$



$$K_{12} = -600$$

$$K_{22} = 1800$$

$$K_{32} = -1200$$



$$\begin{aligned} K_{13} &= 0 \\ K_{23} &= -1200 \\ K_{32} &= 3000 \end{aligned}$$

$$K = 600 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \det(K) = 3600 > 0$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \det(M) = 3 > 0$$

$$|K - \omega_n^2 M| = 0 \Rightarrow 600 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} - \omega_n^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

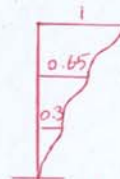
$$\Rightarrow |K - \frac{\omega_n^2}{600} M| = 0 \quad ; \quad \frac{\omega_n^2}{600} = \lambda$$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 & 0 \\ -1 & 3-1.5\lambda & -2 \\ 0 & -2 & 5-2\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (1-\lambda)(3-1.5\lambda)(5-2\lambda) - 4(1-\lambda) - (5-2\lambda) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.351 \\ \lambda_2 = 1.610 \\ \lambda_3 = 3.540 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 14.5 \text{ Rad/s} \\ \omega_2 = 31.1 \text{ Rad/s} \\ \omega_3 = 46.1 \text{ Rad/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 0.43 \text{ sec} \\ T_2 = 0.20 \text{ sec} \\ T_3 = 0.14 \text{ sec} \end{cases}$$

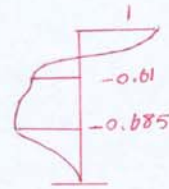
$$\lambda = 0.351 \rightarrow \begin{bmatrix} 1-0.351 & -1 & 0 \\ -1 & 3-1.5 \times 0.351 & -2 \\ 0 & -2 & 5-2 \times 0.351 \end{bmatrix} \hat{\lambda} = \begin{bmatrix} - \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{21} = 0 \\ \Phi_{31} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= 1 \\ \Phi_{21} &= 0.65 \\ \Phi_{31} &= 0.3 \end{aligned} \Rightarrow \Phi = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.65 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$



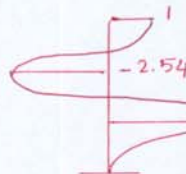
$$T = 0.43 \text{ sec}$$

$$\lambda_2 = 1.62 \rightarrow \Phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.610 \\ -0.685 \end{Bmatrix}$$



در شکل دوم
 $T = 0.2 \text{ sec}$

$$\lambda_3 = 3.54 \rightarrow \Phi_3 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.54 \\ 2.44 \end{Bmatrix}$$



در شکل سوم
 $T = 0.14 \text{ sec}$

نمونه در مدل چون تمام طبقات رو به یک طرف حرکت می کنند زمان رفت و برگشت یا پریود بسته بوده و بیشتر از جزیب انرژی در این مدل انجام می شود و اصلاً کارگذاشته می شود که در اول، در غالب می باشد.

فرمهای آنالیز دینامیکی چند درجه آزادی

- ۱- در این آنالیز جرم به صورت متمرکز در نظر گرفته می شود.
- ۲- ستون ها فقط در جهت افقی حرکت می کنند ولی در جهت قائم ثابت فرض می شود. (از تغییر شکل محوری ستون ها صرف نظر می گردد)
- ۳- لف طبقات به صورت صلب فرض می شود.
- ۴- مفاصل به ستون ها صلب در نظر گرفته می شود.

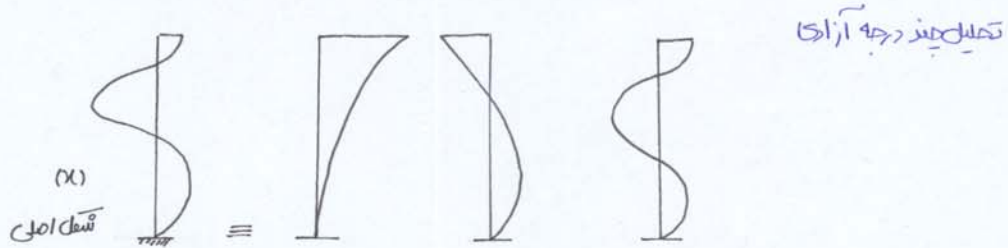
قانون بکا - ماکسول

$$\Phi^T K \Phi = \omega^2 M \Phi$$

$$\Rightarrow \Phi_m^T \omega_n^2 M \Phi_n = \omega_m^2 \Phi_m^T M \Phi_n$$

$$\underbrace{(\omega_n^2 - \omega_m^2)}_{\neq 0} \Phi_m^T M \Phi_n = 0 \Rightarrow \Phi_m^T M \Phi_n = 0$$

$$\begin{cases} \Phi_m^T K \Phi_n = 0 \\ \Phi_m^T C \Phi_n = 0 \end{cases}$$



مضرب اصلی $\rightarrow$ $x(t) = \phi_1 y_1 + \phi_2 y_2 + \phi_3 y_3 \rightarrow x(t) = \phi y \rightarrow$ $\leftarrow$ مضرب اصلی $\rightarrow$ ماتریس سبیل (یعنی بردار)

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} x &= \phi y \\ \dot{x} &= \phi \dot{y} \\ \ddot{x} &= \phi \ddot{y} \end{aligned}$$

$\downarrow$ $\left\{ \begin{matrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \vdots \\ \phi_{n1} \end{matrix} \right\}$ $\downarrow$ $\left\{ \begin{matrix} \phi_{1n} \\ \phi_{2n} \\ \vdots \\ \phi_{nn} \end{matrix} \right\}$

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = P(t) \rightarrow M\phi\ddot{y} + C\phi\dot{y} + K\phi y = P(t)$$

- بردار ϕ_n^T را در ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{(\phi_n^T M \phi)}_{M_n} \ddot{y} + \underbrace{(\phi_n^T C \phi)}_{C_n} \dot{y} + \underbrace{(\phi_n^T K \phi)}_{K_n} y = \underbrace{\phi_n^T P(t)}_{P_n(t)}$$

تأثیر تاریخی زمانی (Time history)

جرم تقسیم یافته معادله سیستم یک درجه آزادی $M_n = \phi_n^T M \phi_n$

میرای تقسیم یافته معادله سیستم یک درجه آزادی $C_n = \phi_n^T C \phi_n$

سختی تقسیم یافته معادله سیستم یک درجه آزادی $K_n = \phi_n^T K \phi_n$

شوری تقسیم یافته معادله سیستم یک درجه آزادی $P_n(t) = \phi_n^T P_n(t)$

کسر جواب $\omega_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}}$

$$C_n = 2 \zeta_n M_n \omega_n$$

$$M_n \ddot{y}_n + C_n \dot{y}_n + K_n y_n = P_n(t) \rightarrow \ddot{y}_n + 2 \zeta_n \omega_n \dot{y}_n + \omega_n^2 y_n = \frac{P_n(t)}{M_n}$$

آنالیز سب-دینامیکی (طیفی) Spectral

استاتیکی $\leftarrow 100\%$ طیف طرح استاندارد $\leftarrow 90\%$ طیف سافت‌ه $\leftarrow 80\%$

تعریف طیف طرح: تغییرات مدالتر هر بارامتر در مقابل پریود یا فرکانس را طیف طرح آن پارامتر می‌نامند. به عبارت دیگر نقاط طرح هکتی مقادیر مدالتر آن پارامتر در آن پریود یا فرکانس می‌باشند.

الف- آنالیز طیفی سازه یک درجه آزادی

$$x(t) = \frac{1}{m \omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau$$

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{1}{m \omega_n} \int_0^t \underbrace{m \ddot{x}_g}_{F(t)} \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \\ &mv = \int_0^t F(t) dt \rightarrow v = \frac{1}{m} \int_0^t F(t) dt \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(t) = \frac{1}{\omega_n} \underbrace{\frac{1}{m} \int_0^t F(t) dt}_{v(t) \text{ سرعت}}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{\omega_n} v(t)$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{1}{\omega_n} v_{\max}(t) \rightarrow x_{\max} = \frac{1}{\omega_n} S_v(\xi, T)$$

S_v : طیف سرعت (سرعتی طیفی)

$$x_{\max} = \frac{1}{\omega_n} S_v(\xi, T) = S_d(\xi, T)$$

S_d : طیف تغییر مکان (تغییری طیفی)

$$* S_v = \omega_n S_d$$

$$F_s = K_n = K \Phi \left\{ \frac{L_n}{M_n \omega_n} \right\} V_n(t) = M \Phi \Omega^2$$

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

$$F_{Sn} = M \Phi_n \frac{L_n}{M_n} \omega_n V_n(t)$$

$$x_{n \max} = \varphi_n \frac{L_n}{M_n \omega_n} S_{vn}$$

$$y_{n \max} = \frac{L_n}{M_n \omega_n} S_{vn}$$

$$F_{Sn \max} = M \varphi_n \frac{L_n}{M_n} \omega_n S_{vn}$$

محاسبه بردش باره

$$V_n = [1] F_{Sn} = [1, \dots, 1] \begin{Bmatrix} F_{S1} \\ F_{S2} \\ \vdots \\ F_{Sn} \end{Bmatrix}$$

$$V_{n \max} = [1] M \varphi_n \frac{L_n}{M_n} \omega_n S_{vn} \rightarrow V_{n \max} = \frac{L_n^2}{M_n} \omega_n S_{vn}$$

روش محاسبه ماتریس میرایی

الف- روش محاسبه میرایی معادله در هر مد

$$C_n = 2 S_n M_n \omega_n$$

ب- روش ماتریسی (بسیار ترکیبی از ماتریس میرایی و معادله)

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K]$$

در هر مد
در هر مد میرایی

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \omega_j & -\omega_i \\ -\frac{1}{\omega_j} & \frac{1}{\omega_i} \end{bmatrix} \frac{\omega_j \omega_i}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \begin{Bmatrix} S_i \\ S_j \end{Bmatrix}$$

بهتر است که ω_j و ω_i به ترتیب مد اول و دوم در نظر گرفته شوند و در ضمن این دو مد باید دو مد متوالی باشند.

8: نسبت از مشخص شدن α و β برای هر مد
مثلاً مد K ام را راع

$$S_K = \frac{\alpha}{2 \omega_K} + \frac{\beta \omega_K}{2}$$

سیستم درجه آزادی
بیرون میرایی آزاد

$$F_I + F_S = 0 \rightarrow -m\ddot{s}_a + Ks_d = 0$$

$$\rightarrow s_a - \frac{K}{m} s_d = 0$$

$$s_a - \omega_n^2 s_d = 0 \rightarrow s_a = \omega_n^2 s_d \quad (s_a: \text{جاب طیفی (تلف) جاب})$$

$$s_a = \omega_n s_v = \omega_n^2 s_d$$

مقایسه هسرمغان، سری و جاب با توجه به طیف طرح درست می آید.

ب - آنالیز طیفی سازه چنددرجه آزادی

$$x_{total} = x + \{1\} x_g$$

بردار ک-هسرمغان سازه را به زمین مرتفع می اندازد.

x_g : هسرمغان زمین

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = P(t) \rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = -M\{1\}\ddot{x}_g$$

$$M_n \ddot{y}_n + c_n \dot{y}_n + K_n y_n = P_n(t)$$

$$P_n = \underbrace{\Phi_n^T M\{1\}}_{L_n} \ddot{x}_g = P_{\text{effective}} \quad \text{مؤثر}$$

$$L_n = \Phi_n^T M\{1\} \quad \text{مؤثر تبدیل زلزله-مورد}$$

$$\Rightarrow P_n = L_n \ddot{x}_g$$

$$x = \Phi y = \Phi \left\{ \frac{L_n}{M_n \omega_n} v_n(t) \right\}$$

$$y_n = \frac{L_n}{M_n \omega_n} v_n(t)$$

$$x_n = \Phi_n \frac{L_n}{M_n \omega_n} v_n(t) \quad \text{در مد } n \text{ ام}$$

مثال: در مثال قبلی اگر میرایی هراول و دوم ۵ درصد باشند، ضرایب α و β و میرایی مدر سوم را محاسبه کنید.

$$\omega_1 = 14.5 \text{ Rad/s} \rightarrow \omega_i$$

$$\omega_2 = 31.1 \text{ Rad/s} \rightarrow \omega_j$$

$$\omega_3 = 46.1 \text{ Rad/s}$$

$$\xi_1 = \xi_2 = 5\% = 0.05$$

$$\xi_i \quad \xi_j$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 31.1 & -14.5 \\ -\frac{1}{31.1} & \frac{1}{14.5} \end{bmatrix} \frac{31.1 \times 14.5}{31.1^2 - 14.5^2} \begin{Bmatrix} 0.05 \\ 0.05 \end{Bmatrix}$$

$$\alpha = 2 \times \frac{31.1 \times 14.5}{31.1^2 - 14.5^2} \times (31.1 - 14.5) \times 0.05 = 0.989$$

$$\beta = 2 \times \frac{31.1 \times 14.5}{31.1^2 - 14.5^2} \times \left(\frac{-1}{31.1} + \frac{1}{14.5} \right) \times 0.05 = 0.0022$$

$$\xi_3 = \frac{0.989}{2 \times 46.1} + \frac{0.0022 \times 46.1}{2} = 0.01 \approx 1\%$$

ترتیب مردهای ارتعاشی

الف- روش جمع قدر مطلق مردها (SAV)

$$r \leq \sum_{n=1}^N |r_n|$$

این روش بسیار دست بالا بوده و برای حالتی خوب است که همه مردها در یک لحظه به مقدار ماکزیمم خود برسند.

ب- روش جذر مجموع مربعات مردها (SRSS)

$$r = \sqrt{\sum_{n=1}^N r_n^2}$$

ج- روش تأثیر مردهای ارتعاشی بر روی یکدیگر (CQC)

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N r_i p_{ij} r_j}$$

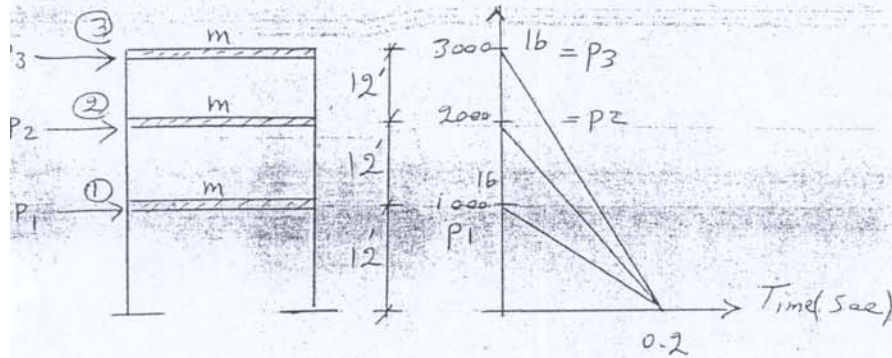
$$p_{ij} = \frac{8\lambda^2(1+\xi)\xi^{3/2}}{(1-\xi^2)^2 + 4\lambda^2\xi(1+\xi)^2}$$

$$\xi = \frac{\omega_j}{\omega_i} \quad \lambda = \frac{c}{c_{cr}} \quad \text{نسبت میرایی}$$

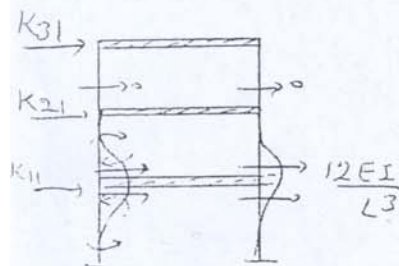
- روشن ب از روشن الفادقی تریوده و کار بر دآن بستر در سازه های ۲ بفرک می باشد، روشن ج از دور روشن قبل کامل تریوده و اثر مد راروک مدلهای دیگر نیز در نظر می گیریم و برای سازه های ۳ بفرک مناسب می باشد. در تحلیل طیفی سازه های برای هر مد جداگانه تفسیر شکل، برش و ... را متناسبه می کنیم و پس جابجایی از روشن هکذا فوق جواب هارا با یکدیگر ترکیب می کنیم.

(1)

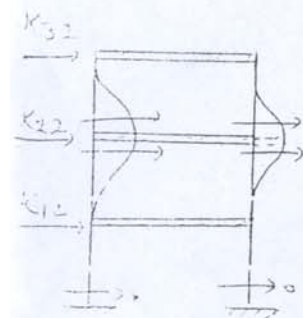
الف - اگر در سازه زیر همان اینرسی هرستون $I = 200 \text{ in}^4$ ، $E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$ باشد همچنین درجه آزادی
 $m = 150 \text{ lb}$ ، مقدار جابجایی سقف ها در برش طبقات را در لحظه $t = T_1$ بدست آورید. در ضمن ماکزیمم
 تغییر مکان در برش طبقات را با لطیف نمودن میرایی محاسب کنید.



الف - درش آن نیروی میسی
 طام الد - محاسب ماکزیمم تغییر
 - باز کردن درجه آزادی ①

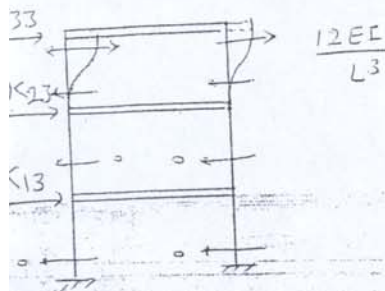


$$\begin{aligned} K_{31} &= 0 \\ K_{21} &= -\frac{24EI}{L^3} \\ K_{11} &= \frac{48EI}{L^3} > 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} K_{32} &= -\frac{24EI}{L^3} \\ K_{22} &= \frac{48EI}{L^3} > 0 \quad \checkmark \\ K_{12} &= -\frac{24EI}{L^3} \end{aligned}$$

۱)



$$K_{33} = \frac{24EI}{L^3} > 0 \quad \checkmark$$

$$K_{23} = -\frac{24EI}{L^3}$$

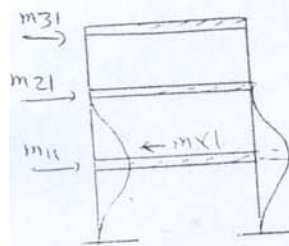
$$K_{13} = 0$$

۳) باز کردن درجه آزادی

$$K = \begin{bmatrix} \frac{48EI}{L^3} & -\frac{24EI}{L^3} & 0 \\ -\frac{24EI}{L^3} & \frac{48EI}{L^3} & -\frac{24EI}{L^3} \\ 0 & -\frac{24EI}{L^3} & \frac{24EI}{L^3} \end{bmatrix} = \frac{24EI}{L^3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(K) = 2 \times 2 + 0 + 0 - 0 - 2 - 1 = 4 - 3 = 1 > 0 \quad \text{ok} \quad \checkmark$$

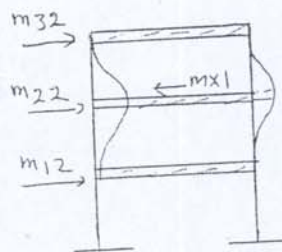
ماتریس - ماتریس موم



$$m_{11} = m > 0$$

$$m_{21} = 0$$

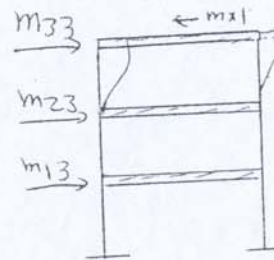
$$m_{31} = 0$$



$$m_{12} = 0$$

$$m_{22} = m > 0$$

$$m_{32} = 0$$



$$m_{13} = 0$$

$$m_{23} = 0$$

$$m_{33} = m > 0$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \det(M) = 1 > 0 \quad \text{ok} \quad \checkmark$$

(۳)

ماتریس-مخالف فرکانس ارتعاشی

$$|K - \omega_n^2 M| = 0 \Rightarrow \frac{24EI}{L^3} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} - \omega_n^2 \begin{vmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{\omega_n^2 m L^3}{24EI} = \lambda \Rightarrow \begin{vmatrix} 2-\lambda & -1 & 0 \\ -1 & 2-\lambda & -1 \\ 0 & -1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^3 - 5\lambda^2 + 6\lambda - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.198 \\ \lambda_2 = 1.555 \\ \lambda_3 = 3.247 \end{cases}$$

$$m = 150 \text{ lb/in}^2, I = 200 \text{ in}^4, E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$\lambda = \frac{\omega_n^2 \times 150 \times (12 \times 12)^3}{24 \times 30 \times 10^6 \times 200} \Rightarrow \omega_n = \text{معلوم شود}$$

$$\begin{cases} \omega_1 = 7.98 \frac{\text{Rad}}{\text{Sec}} \\ \omega_2 = 22.36 \text{ " } \\ \omega_3 = 32.31 \text{ " } \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 0.79 \text{ Sec} \\ T_2 = 0.28 \text{ " } \\ T_3 = 0.19 \text{ " } \end{cases}$$

ماتریس چهارم-مخالف مدجاری ارتعاشی

$$\lambda_1 = 0.198 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-0.198 & -1 & 0 \\ -1 & 2-0.198 & -1 \\ 0 & -1 & 1-0.198 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \phi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} = 1 \\ \phi_{21} = 1.802 \\ \phi_{31} = 2.247 \end{bmatrix}$$

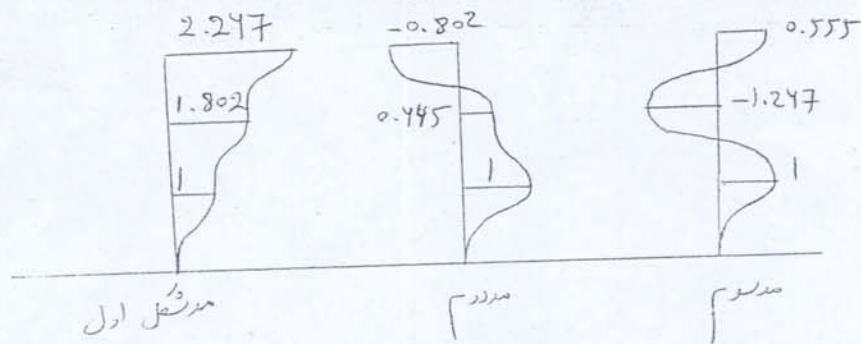
$$\lambda_2 = 1.555$$

$$\begin{bmatrix} 2-1.555 & -1 & 0 \\ -1 & 2-1.555 & -1 \\ 0 & -1 & 1-1.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \\ \phi_{32} \end{bmatrix} = \vec{0} \Rightarrow \phi_2 = \begin{bmatrix} \phi_{12}=1 \\ \phi_{22}=0.445 \\ \phi_{32}=-0.802 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_3 = 3.247$$

$$\begin{bmatrix} 2-3.247 & -1 & 0 \\ -1 & 2-3.247 & -1 \\ 0 & -1 & 1-3.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{23} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \vec{0} \Rightarrow \phi_3 = \begin{bmatrix} \phi_{13}=1 \\ \phi_{23}=-1.247 \\ \phi_{33}=0.555 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.802 & 0.445 & -1.247 \\ 2.247 & -0.802 & 0.555 \end{bmatrix}$$



$$p(t) = \begin{Bmatrix} 1000(1 - \frac{t}{0.2}) \\ 2000(1 - \frac{t}{0.2}) \\ 3000(1 - \frac{t}{0.2}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \times 1000(1 - \frac{t}{0.2}) \quad \text{با } t \text{ به ثانیه و بار بر رده}$$

$$p(t) = p_0 \left(1 - \frac{t}{t_1}\right) \quad \checkmark$$

(5)

ماتریس - محاسب جرم، سفتی و نیروی مؤثر در هر بند ارتعاشی:

$$M_n = \phi_n^T M \phi_n \quad \text{جرم مؤثر در هر بند}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1.802 & 2.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{bmatrix} = 1394.43 \text{ lb} \cdot \text{s}^2/\text{in}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.445 & -0.802 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{bmatrix} = 276.18 \quad //$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1.247 & 0.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1.247 \\ 0.555 \end{bmatrix} = 429.46 \quad //$$

$$K_n = \phi_n^T K \phi_n \quad \text{سفتی مؤثر در هر بند} \quad \frac{24EI}{L^3} = 48225.3 \text{ lb/in}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1.802 & 2.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{bmatrix} \times 48225.3 = 88793.8 \text{ lb/in}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.445 & -0.802 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{bmatrix} \times 48225.3 = 138070.7 //$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1.247 & 0.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1.247 \\ 0.555 \end{bmatrix} \times 48225.3 = 448312.7 //$$

$$P_n = \phi_n^T P(1)$$

نیروی مؤثر در هر بند

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1.802 & 2.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times 10000 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) = 11345 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) \text{ lb}$$

$$⑦ \quad P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.445 & -0.802 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times 1000 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) = -516 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) \text{ lb}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1.247 & 0.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times 1000 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) = 171 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) \text{ lb}$$

* تمام هضم شل ω_n ها:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}} : \begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{88793.8}{1394.43}} = 7.98 \checkmark \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{138070.7}{276.18}} = 22.36 \checkmark \\ \omega_3 = \sqrt{\frac{448312.7}{429.46}} = 32.31 \checkmark \end{cases}$$

پریود
 $t = T_1 = 0.79 \text{ س} > t_1 = 0.2 \text{ س}$
 جواب بازنهاری شل

تمام هضم - حل معادلات ارتعاش در هضم
 و محاسب تغییر شکل ها در شل طبقات

$$\begin{aligned} \text{مثلی} \quad y(t) &= \frac{P_0}{K \omega_n t_1} \left\{ \sum \sin \omega_n t - \sum \sin \omega_n (t - t_1) \right\} - \frac{P_0}{K} e_n \omega_n t \\ &= \frac{P_0}{K \omega_n t_1} \left\{ \sum \sin \omega_n t - \sum \sin \omega_n (t - t_1) - \frac{e_n \omega_n t}{1} \times \omega_n t_1 \right\} \end{aligned}$$

$$\text{در هضم مدار ارتعاشی} \quad M_n \ddot{y}_n + K_n y_n = P_n(t)$$

$$\text{میرادل} \quad 1394.43 \ddot{y}_n + 88793.8 y_n = 11345 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right)$$

$$y_1 = \frac{11345}{88793.8 \times 7.98 \times 0.2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} 7.98 t - \sum_{n=1}^{\infty} 7.98 (t - 0.2) - 7.98 \times 0.2 \right\}$$

(V)

$$y_1 = 0.08 \left\{ \sin 7.98t - \sin 7.98(t-0.2) - 1.596 e^{-7.98t} \right\}$$

$$t = T_1 = 0.79 \text{ s} \Rightarrow y_1 = -0.046 \text{ in}$$

$$\text{مردم: } y_2 = ? \quad 276.18 \ddot{y}_2 + 138070.7 y_2 = 516 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right)$$

$$\ddot{y}_2 = -8.36 \times 10^{-4} \left\{ \sin 22.36t - \sin 22.36(t-0.2) - 4.472 e^{-22.36t} \right\}$$

$$t = 0.79 \Rightarrow y_2 = 2.67 \times 10^{-3} \text{ in}$$

$$\text{مردم: } 429.46 \ddot{y}_3 + 498312.7 y_3 = 171 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right)$$

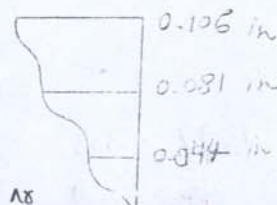
$$\ddot{y}_3 = 5.90 \times 10^{-5} \left\{ \sin 32.31t - \sin 32.31(t-0.2) - 6.462 e^{-32.31t} \right\}$$

$$t = 0.79 \Rightarrow y_3 = -3.42 \times 10^{-4} \text{ in}$$

$$y = \begin{Bmatrix} -0.046 \\ 2.67 \times 10^{-3} \\ -3.42 \times 10^{-4} \end{Bmatrix} \text{ in}$$

$$X = \Phi y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.302 & 0.445 & -1.247 \\ 2.247 & -0.802 & 0.555 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0.046 \\ 2.67 \times 10^{-3} \\ -3.42 \times 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

$$X = \begin{Bmatrix} -0.044 \\ -0.081 \\ -0.106 \end{Bmatrix} \text{ in}$$



①

محاسبه برش طبقات در زمین $t = T_1 = 0.79$ س

$$F_s = Kx \Rightarrow [F_s] = [K]\{x\}$$

$$[F_s] = 48225.3 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0.044 \\ -0.081 \\ -0.106 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -337.6 \\ -578.7 \\ -1205.6 \end{Bmatrix} \text{ lb}$$

$$\text{برش طبقات} \{V\} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -337.6 - 578.7 - 1205.6 \\ -578.7 - 1205.6 \\ -1205.6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2121.97 \\ -1784.3 \\ -1205.6 \end{Bmatrix} \text{ lb}$$

ب- روش آنالیز طیفی - محاسبه تغییر مکان در برش صاف با استفاده از طیف بدون میرایی

$$\omega_n = \begin{Bmatrix} 7.98 \\ 22.36 \\ 32.31 \end{Bmatrix} \text{ Rad/Sec} \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.802 & 0.445 & -1.247 \\ 2.247 & -0.802 & 0.555 \end{bmatrix}$$

$$M_n = \begin{Bmatrix} 1394.43 \\ 276.18 \\ 429.46 \end{Bmatrix} \text{ lb} \cdot \text{Sec}^2/\text{in} \quad K_n = \begin{Bmatrix} 88793.8 \\ 138070.7 \\ 448312.7 \end{Bmatrix} \text{ lb/in} \quad T_n = \begin{Bmatrix} 0.79 \\ 0.28 \\ 0.19 \end{Bmatrix} \text{ س}$$

$$L_n = \Phi_n^T M \{1\} \quad \text{کامات - محاسبه}$$

$$L_1 = \Phi_1^T M \{1\} = \begin{bmatrix} 1 & 1.802 & 2.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 757.35$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.445 & -0.802 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 96.45 \text{ lb} \cdot \text{Sec}^2/\text{in}$$

$$L_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1.247 & 0.555 \\ & -1.247 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 46.2 \\ 46.2 \end{Bmatrix}$$

(4)

تاسیس - تعیین سرعت طیفی از روی لرزه $(\xi=0)$

$$(T_1 = 0.79 \text{ s}, \xi=0) \Rightarrow Sv_1 = 1.16 \text{ ft/s} = 13.92 \text{ in/sec}$$

$$(T_2 = 0.28 \text{ s}, \xi=0) \Rightarrow Sv_2 = 1.10 \text{ ft/s} = 13.20 \text{ in/sec}$$

$$(T_3 = 0.19 \text{ s}, \xi=0) \Rightarrow Sv_3 = 0.82 \text{ ft/s} = 9.84 \text{ in/sec}$$

$$Sv = \begin{Bmatrix} 13.92 \\ 13.20 \\ 9.84 \end{Bmatrix} \text{ in/sec}$$

$$x_{n \max} = \frac{L_n}{M_n \omega_n} Sv_n$$

تاسیس - محاسبه ضرایب تغییر شکل (تغییر مکان)

$$x_{1 \max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.217 \end{Bmatrix} \times \frac{757.35}{1394.43 \times 7.98} \times 13.92 = \begin{Bmatrix} 0.948 \\ 1.704 \\ 2.124 \end{Bmatrix} \text{ in} \quad \text{ردحکات}$$

$$x_{2 \max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{Bmatrix} \times \frac{96.45}{276.18 \times 22.36} \times 13.20 = \begin{Bmatrix} 0.204 \\ 0.096 \\ -0.168 \end{Bmatrix} \text{ in}$$

$$x_{3 \max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.247 \\ 2.555 \end{Bmatrix} \times \frac{46.2}{429.46 \times 32.31} \times 9.84 = \begin{Bmatrix} 0.032 \\ -0.041 \\ 0.018 \end{Bmatrix} \text{ in}$$

$$x_{\max} = \begin{Bmatrix} \sqrt{0.948^2 + 0.204^2 + 0.032^2} = 0.970 \\ \sqrt{1.704^2 + 0.096^2 + 0.041^2} = 1.707 \\ \sqrt{2.124^2 + 0.168^2 + 0.018^2} = 2.131 \end{Bmatrix} \text{ in}$$

مهندسی زلزله «استاد آبرفت»

(۱۰)

$$F_{S_n \max} = M \phi_n \frac{L_n}{M_n} \omega_n S V_n$$

۱۶م جیمام - محاسب نیروی الاستیک در طبقه

$$F_{S1} = \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{Bmatrix} \times \frac{757.35}{1394.43} \times 7.98 \times 13.42 = \begin{Bmatrix} 9049.68 \\ 16307.52 \\ 20334.63 \end{Bmatrix} \text{ lb}$$

$$F_{S2 \max} = \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{Bmatrix} \times \frac{96.45}{276.18} \times 22.36 \times 13.20 = \begin{Bmatrix} 15461.34 \\ 6880.29 \\ -12400.0 \end{Bmatrix} \text{ lb}$$

$$F_{S3 \max} = \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.247 \\ 0.555 \end{Bmatrix} \times \frac{46.2}{429.46} \times 32.31 \times 9.84 = \begin{Bmatrix} 3701.25 \\ -4615.45 \\ 2054.19 \end{Bmatrix} \text{ lb}$$

$$F_{S \max} = \begin{Bmatrix} \sqrt{9049.68^2 + 15461.34^2 + 3701.25^2} \\ \sqrt{16307.52^2 + 6880.29^2 + 4615.45^2} \\ \sqrt{20334.63^2 + 12400^2 + 2054.19^2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 18293.4 \\ 18291.4 \\ 23905.6 \end{Bmatrix} \text{ lb}$$

۱۶م جیمام - محاسب برش موثر

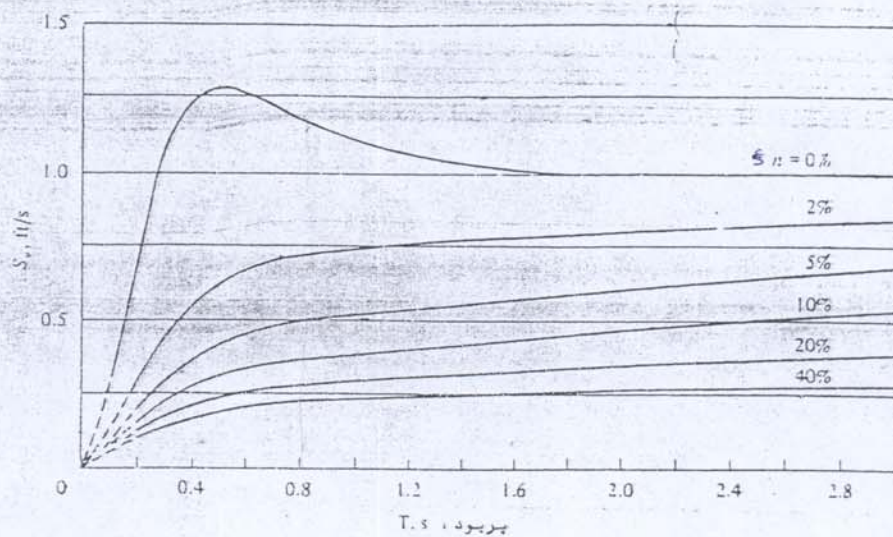
$$V_{n \max} = \frac{L_n^2}{M_n} \omega_n S V_n$$

$$V_{1 \max} = \frac{L_1^2}{M_1} \omega_1 S V_1 = \frac{757.35^2}{1394.43} \times 7.98 \times 13.42 = 45641.8 \text{ lb}$$

$$V_{2 \max} = \frac{96.45^2}{276.18} \times 22.36 \times 13.20 = 9941.6 \text{ lb}$$

$$V_{3 \max} = \frac{46.2^2}{429.46} \times 32.31 \times 9.84 = 1580.1 \text{ lb}$$

۷۶۸ دینامیک سازه‌ها



شکل ۱-۲۷ طیف میانشکین با سطح سرعت