



بهینه سازی چیدمان ورقهای کامپوزیت Symmetric Angle-ply با چهار لبه متکی در برابر

بار کمانش به روش عددی

احمد رضا جعفری^۱، علیرضا جهانپور^۲

۱- دانشجوی دکترای سازه دانشگاه ملایر

۲- استادیار دانشکده عمران دانشگاه ملایر

arjafari2004@gmail.com

خلاصه

یکی از مسائلی که در مورد کمانش ورقهای کامپوزیت وجود دارد، کمانش ورقهایی است که برای آنها از چیدمان متقارن لایه ها در حالت angle-ply استفاده شده است. برای کمانش اینگونه ورقها رابطه صریحی وجود ندارد. در این پروژه بر اساس روش عددی کمانش این ورقها بررسی شده است و سعی شده است چیدمانی بهینه برای این کامپوزیتها برای رسیدن به بار کمانش بیشینه ارایه گردد. برای این منظور از نرم افزار قدرتمند ABAQUSE استفاده شده است. ورقهای مورد بحث در این مقاله مستطیلی و دارای ۴ لبه متکی با تکیه گاههای ساده تحت بارگذاری داخلی صفحه بر روی لبه های صفحه میباشند. دو مصالح کربن اپوکسی و کولار اپوکسی به صورت نمونه بررسی شده اند. کامپوزیتها در سه حالت سه، پنج و هفت لایه بررسی شده اند و حالات مختلفی از نظر بارگذاری و نسبت ابعاد ورق مورد بررسی قرار گرفته است و خلاصه نتایج به صورت جدول و نمودار ارایه شده است. بررسی انجام شده بر اساس نتایج کمانش ورقها در مود اول آن بوده است.

کلمات کلیدی: بهینه سازی، کمانش، ورق، کامپوزیت، angle-ply

۱. مقدمه

امروزه استفاده از مواد کامپوزیت در مهندسی عمران به عنوان عضو سازه ای در حال گسترش است. یکی از موارد قابل توجه در استفاده از آنها بحث کمانش آنهاست. در مورد کمانش صفحات کامپوزیت برای برخی حالات خاص روابط صریحی جهت محاسبه بار بحرانی کمانش وجود دارد؛ مثل ورقهای کامپوزیت ارتوتروپیک خاص یا با چیدمان symmetric cross ply که در مورد بار بحرانی کمانش آنها در منابع مختلف روابط صریحی وجود دارد؛ از جمله در کتاب مکانیک مواد کامپوزیت تالیف جونز [1] یا کتاب مکانیک صفحات کامپوزیت تالیف ردی [2]. در مورد بقیه حالات چیدمان، برای صفحات کامپوزیت روابط صریحی وجود ندارد؛ اما روشهای تقریبی ای برای آنها پیشنهاد شده است. به طور مثال ناریتا و لیزا بر روی کمانش صفحات با لبه های با تکیه گاه مفصلی در حالت چیدمان متقارن کار کرده اند [3]. آدالی، واکر و وریچکو نیز بر روی بهینه سازی ورقهای کامپوزیت برای رسیدن به بار کمانش بهینه با توجه به رفتار کمانشی و بعد از کمانشی این ورقها پرداخته اند [4]. این سه همچنین در کاری دیگر به بهینه سازی این ورقها در حالت Symmetric angle-ply برای حالتی که تحت اثر بار گسترده غیریکنواخت هستند پرداخته اند [5]. ماک نیز در یک کار دیگر به بهینه سازی این ورقها در برابر بار کمانش در حالت Angle-ply تحت اثر بار دو محوره فشاری بر لبه های ورق با تکیه گاههای ساده پرداخته است [6]. توپال و اوزمان نیز در یک کار دیگر باز به همین بحث در مورد ورقهای کامپوزیت Symmetric Angle-ply تحت اثر همزمان بارهای فشاری دو محوره و تنشهای حرارتی پرداخته اند [7]. شوفرین، راینوویچ و اسنبرگر نیز در یک کار دیگر به بررسی این مساله برای ورقهای مستطیلی در شرایط تکیه گاهی مختلف پرداخته اند [8]. قاسمی و حاج محمد نیز در یک کار دیگر به بهینه سازی چیدمان این ورقها در حالت استفاده از آنها به صورت استوانه به عنوان مخزن پرداخته اند [9]. وجه مشترک تمامی این کارها استفاده از روشهای تقریبی ریاضی است. در این پژوهش با استفاده از روش کاملاً عددی و با کمک نرم افزار قدرتمند آباکوس به دنبال بهینه سازی چیدمان ورقهای کامپوزیت در حالت Symmetric Angle-ply در حالتی که این ورقها دارای تکیه گاههای ساده در ۴ لبه خود هستند، میباشیم. این بررسی در چند حالت مختلف از نظر تعداد لایه ها، جنس مصالح، نوع بارگذاری و نسبت ابعاد طول به عرض ورقها به شرحی که در ادامه می آید انجام شده است.

۲. معرفی مشخصات مدلها

در این قسمت به معرفی مشخصات مدل‌های مورد بررسی در نرم افزار آباکوس می‌پردازیم. این معرفی شامل معرفی مشخصات مصالح، مشخصات لایه‌ها، مشخصات بارگذاری‌ها و مشخصات ورق‌ها می‌باشد. در اینجا از دو نوع مصالح گرافیت اپوکسی و کولار اپوکسی استفاده شده است. مشخصات این دو مصالح در جدول شماره ۱ ذکر شده است. ورق‌های مورد استفاده در سه حالت با نسبت‌های طول به عرض ۱، ۲ و ۴ می‌باشند. عرض ورق‌ها در سه حالت ۱۰ اینچ و طول آنها در سه حالت ۱۰، ۲۰ و ۴۰ اینچ انتخاب شده است. در هر سه حالت ضخامت ورق‌ها ۰/۲ اینچ انتخاب شده است. ورق‌های مورد استفاده از نظر تعداد لمینه‌ها در سه حالت ۳، ۵ و ۷ لایه مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از نظر زاویه قرارگیری نیز ۵ زاویه ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ درجه مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از نظر نحوه قرارگیری این لمینه‌ها نیز چند حالت کلی مورد بررسی قرار گرفته است. در سری اول زاویه قرارگیری هر لمینه نسبت به لمینه مجاور خود قرینه می‌باشد. در سری دوم همه لایه‌ها جز لایه میانی در یک راستا و لایه میانی در راستای قرینه با بقیه قرار می‌گیرد. در سری سوم همه لایه‌ها جز دو لایه خارجی تحت یک زاویه و دو لایه خارجی قرینه بقیه قرار می‌گیرند. در جدول ۲ لیست کلی این حالات نمایش داده شده است. قابل ذکر است که در این پژوهش مطالعه اصلی روی ورق‌های سه و پنج لایه انجام شده است و بر اساس آن جهت صحت سنجی نتایج، ورق‌های ۷ لایه نیز مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. به همین جهت برای حالت ۷ لایه تمام موارد بررسی نشده است و تنها در حدی انجام شده است که صحت نتایج دو حالت دیگر را تایید نماید. برای مشبندی نمونه‌ها در نرم افزار از المانهای مربعی شکل استفاده شده است. برای رسیدن به مدلی بهینه به جهت دقت در محاسبات و صرفه جویی در زمان آنالیز مدل‌های مختلف با حالات مختلف مشبندی امتحان شد که در نهایت به مدلی از مشبندی رسیده شد که در جهت عرضی اقل از ۲۰ تقسیم‌بندی استفاده شده است. در کلیه مدل‌ها بارهای وارد بر مدل‌ها به صورت جانبی به وجوه ۴ گانه ورق وارد می‌شود. بارهای وارده به صورت گسترده یکنواخت بوده و در صفحه ورق اعمال می‌شوند. بر اساس نسبت بارهای وارد بر دو وجه اصلی ورق، حالات مختلفی مورد بررسی قرار گرفتند. این حالات مختلف در جدول ۳ نمایش داده شده‌اند. در این جدول N_x بار وارد بر ورق در جهت x و N_y باری است که در جهت محور y به لبه‌های ورق اعمال می‌شود. در این پژوهش در تمامی حالات ورق‌ها در ۴ وجه خود دارای تکیه گاه‌های مفصلی می‌باشند. در تعریف این تکیه گاه‌ها در حالتی که بارگذاری در هر ۴ وجه ورق انجام شده است، در هر وجه حرکت در راستای محور عمود بر صفحه و حرکت در راستای طولی آن وجه و همچنین چرخش حول محور عمود بر آن وجه بسته شده و سه درجه آزادی دیگر باز گذاشته شده است. در مورد ورق‌هایی که تنها تحت دو وجه موازی خود تحت بارگذاری قرار گرفته‌اند، برای آن دو وجه شرایط تکیه گاهی مشابه حالت قبل ولی برای دو وجه دیگر از ۶ درجه آزادی هر سه درجه آزادی حرکتی بسته شده و هر سه درجه آزادی دورانی باز گذاشته شده‌اند.

جدول ۱- مشخصات مصالح مورد بررسی (unit : kgf,cm)

نام مصالح	E11	E22	G12=G23=G13	ν
گرافیت اپوکسی	1.44e6	9.83e4	4.14e4	0.26
کولار اپوکسی	8.43e5	5.62e4	2.11e4	0.34

جدول ۲- مشخصات ورق‌ها از نظر زاویه قرارگیری لمینه‌ها

حالت سه لایه	حالت ۵ لایه	حالت ۷ لایه
$[\alpha, -\alpha, \alpha]$	$[\alpha, -\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha]$	$[\alpha, -\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha]$
-	$[\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha, \alpha]$	$[\alpha, \alpha, \alpha, -\alpha, \alpha, \alpha, \alpha]$
-	$[-\alpha, \alpha, \alpha, \alpha, -\alpha]$	$[-\alpha, \alpha, \alpha, \alpha, \alpha, -\alpha]$

جدول ۳- مشخصات بارهای وارد بر وجوه ورق

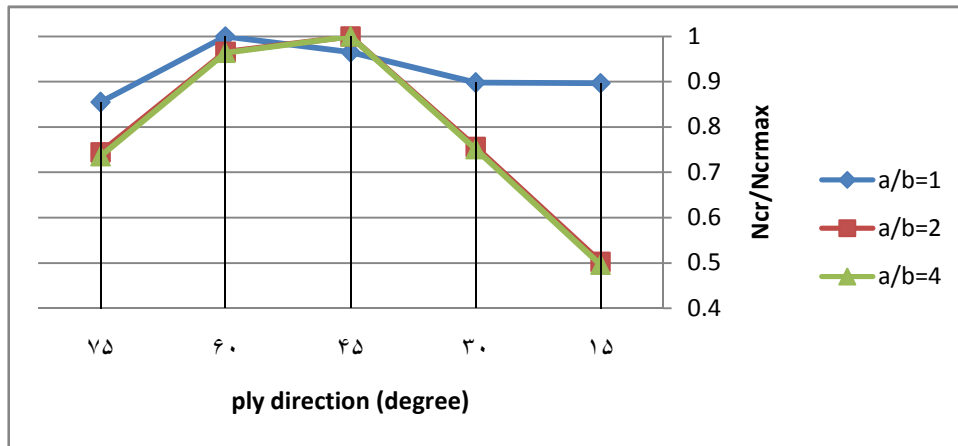
شماره ردیف	N_x/N_y	ملاحظات
۱	۲	-
۲	۱	-
3	0	بارگذاری فقط در جهت محور x
4	-1	یکی از وجوه تحت کشش و وجه دیگر تحت فشار
5	∞	بارگذاری فقط در جهت محور y

۳. تجزیه و تحلیل نتایج

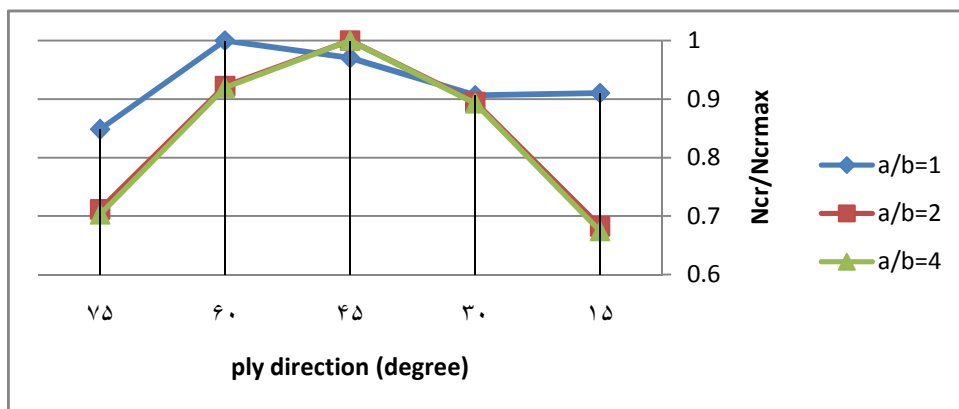
در این بخش به ارایه جزییات نتایج میردازیم. همانطور که در ابتدا نیز ذکر شد در تمامی موارد تنها به بار کمانش مود اول پرداخته شده است و معیار بررسی نیز بار متناظر با شروع کمانش است و از بررسی رفتار صفحات بعد از شروع کمانش (حالت post buckling) صرف نظر شده است. نتایج بر اساس نوع بارگذاری به تفکیک در ادامه ارایه شده اند. در کلیه نمودارهای ارایه شده مقادیر بار بحرانی کمانش به مقدار ماکسیمم خود مقیاس شده اند. در این نمودارها نسبت a/b نمایش دهنده نسبت طول به عرض ورق است. نمودارها برای دو ماده گرافیت اپوکسی و کولار اپوکسی به صورت جداگانه ترسیم شده اند. بر اساس نتایج به دست آمده رفتار هر دو مصالح مورد بررسی قرار گرفته در این پژوهش، مشابه هم می باشد و به همین جهت در مورد مصالح کولار اپوکسی تنها به ارایه نمونه ای از نتایج بسنده میشود. از بین بقیه نمودارها نیز موارد مشابه تا حد امکان حذف شده اند.

۱.۳ حالت بارگذاری تک محوره

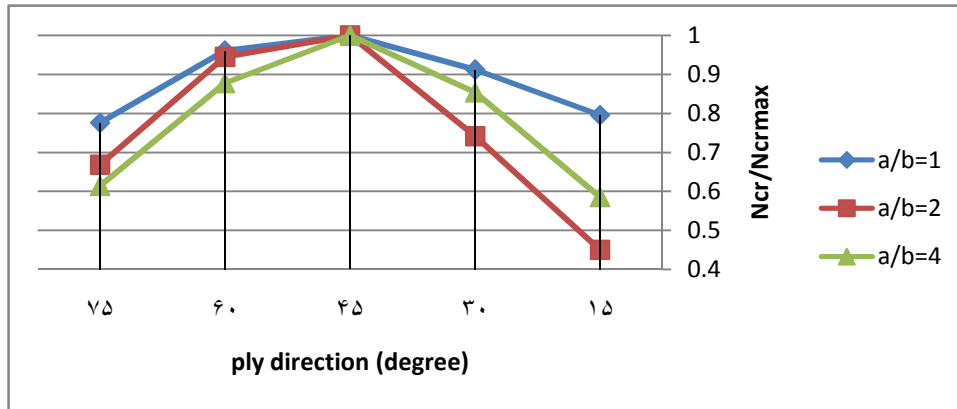
ابتدا به بررسی نتایج در حالاتی میردازیم که به ورقها فقط در یکی از دو جهت اصلی آنها باری وارد میشود. این حالت خود شامل دو حالت خاص است. حالت اول حالتی است که بار فقط در راستای طولی عضو وارد میشود (در اینجا فرض شده است که طول ورقها در راستای محور X است) و حالت دوم حالتی که بار در راستای محور عرضی ورق (محور Y) اعمال شده است. طبیعی است که برای ورقهای مربعی شکل این دو حالت مشابه هم هست. نمودارهای ۷ تا ۱۱ نتایج مربوط به این حالت بارگذاری را برای شرایط مختلف نمایش میدهد.



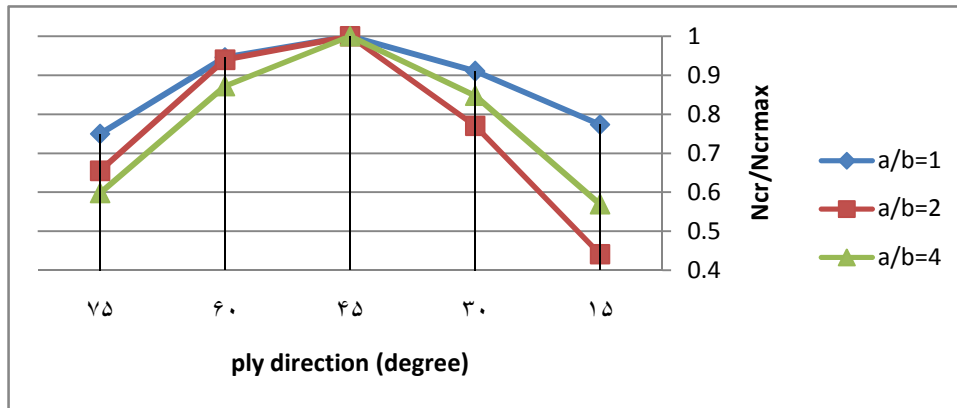
شکل ۱- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود سه لایه برای گرافیت اپوکسی ($N_y=0$)



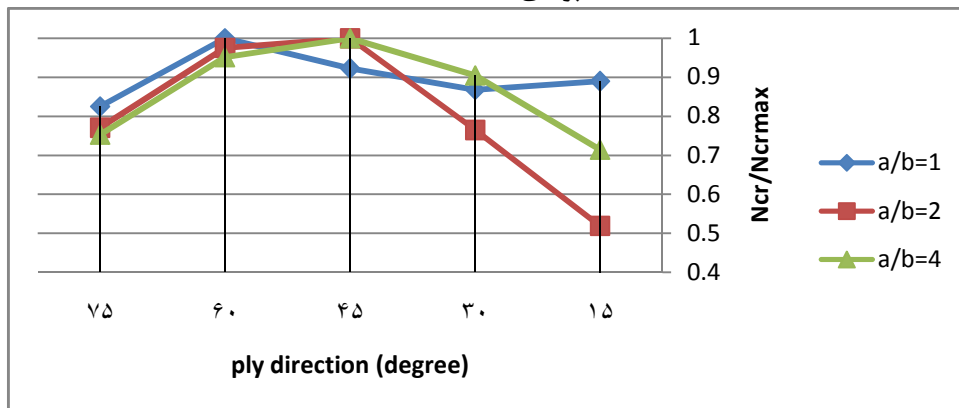
شکل ۲- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود سه لایه برای کولار اپوکسی ($N_y=0$)



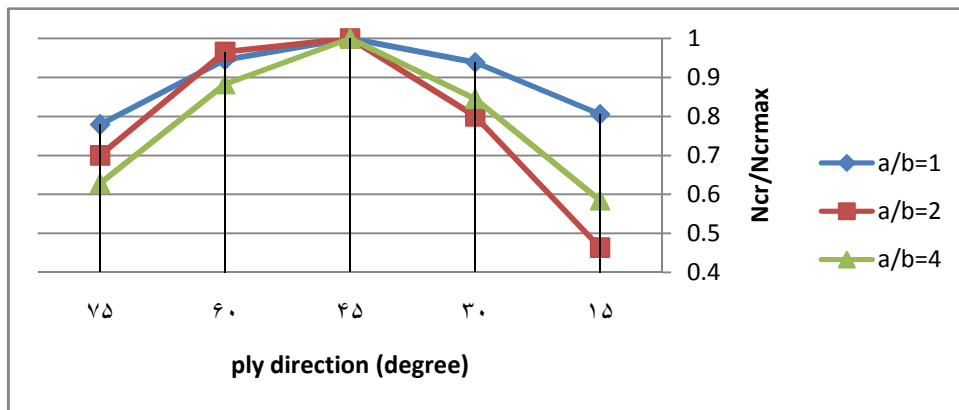
شکل ۳- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود ۵ لایه با چیدمان زاویه یک در میان قرینه برای گرافیت اپوکسی ($N_y=0$)



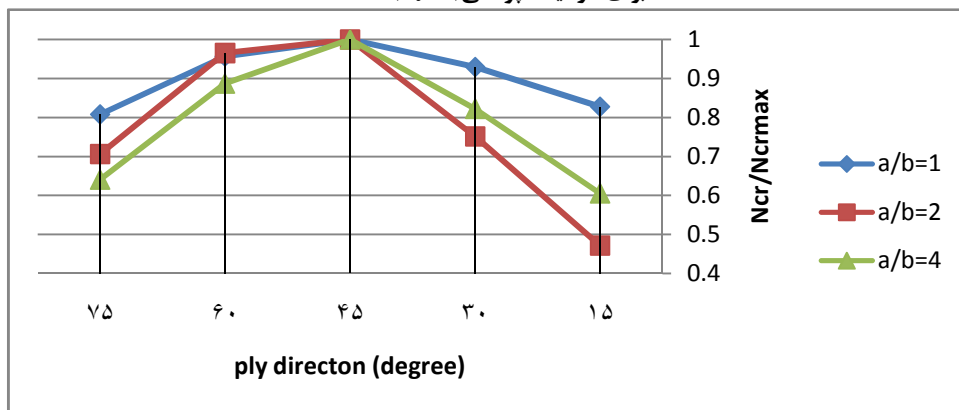
شکل ۴- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود ۷ لایه با چیدمان زاویه یک در میان قرینه برای گرافیت اپوکسی ($N_y=0$)



شکل ۵- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود ۵ لایه با چیدمان زاویه دوم (لایه میانی قرینه بقیه لایه ها) برای گرافیت اپوکسی ($N_y=0$)



شکل ۶- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود ۷ لایه با چیدمان زاویه حالت دوم (لایه میانی قرینه بقیه لایه ها) برای گرافیت اپوکسی ($N_y=0$)

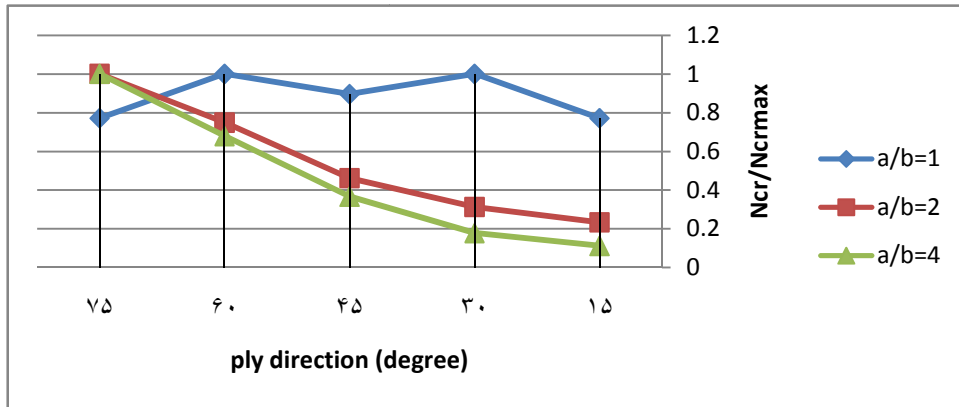


شکل ۷- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود ۵ لایه با چیدمان زاویه حالت سوم (دو لایه بیرونی قرینه بقیه لایه ها) برای گرافیت اپوکسی ($N_y=0$)

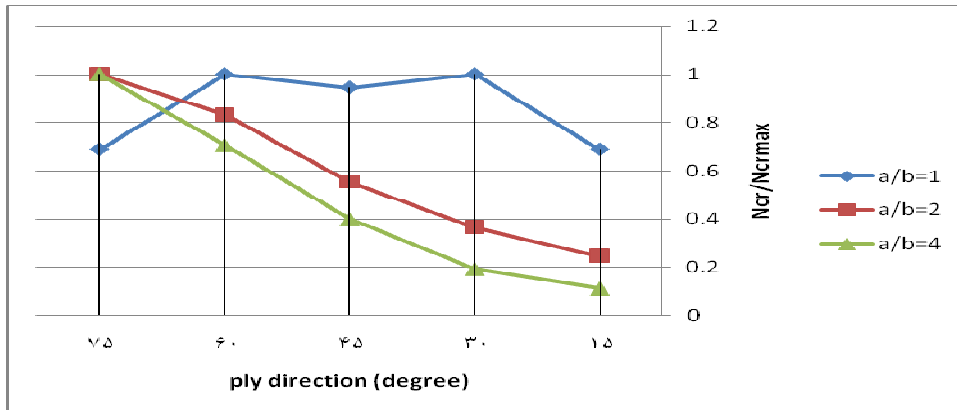
بر اساس نمودارهای این بخش (شکل‌های ۱ تا ۷) در مورد ورق‌های مربعی شکل و ورق‌های مستطیلی با بارگذاری در راستای عرضی زاویه ۴۵ درجه بهینه است. در مورد ورق‌های مستطیلی با بارگذاری در لبه های طولی به موازات راستای عرضی حالت بهینه وقتی است که زاویه لایه ها بیشترین زاویه با راستای طولی ورق باشد. از نظر چیدمان لایه ها نیز نتایج نشان می‌دهد که حالت بهینه وقتی است که هر لایه قرینه لایه مجاور خود باشد (نمودارهای این بخش جهت اختصار نمایش داده نشده است). از نظر جنس مصالح نیز، برای هر دو مصالح شکل کلی نمودارها مشابه یکدیگر است.

۲.۳ حالت بارگذاری دو محوره

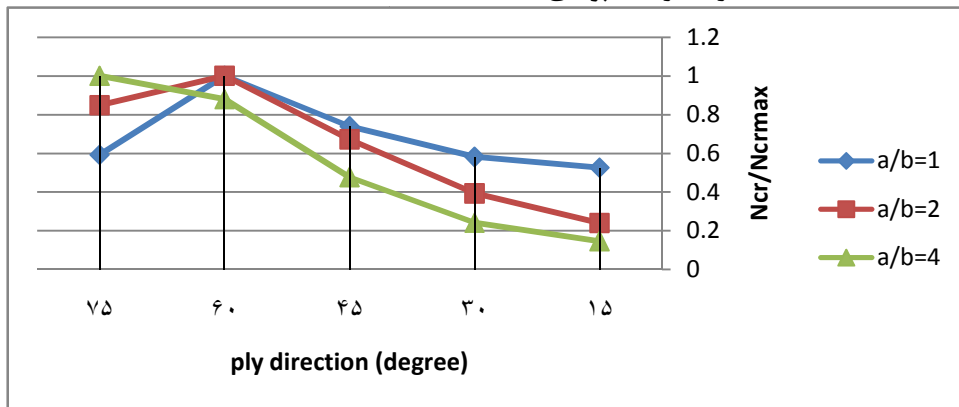
در بخش قبل به بارگذاری تک محوره پرداخته شد. در این بخش حالاتی را بررسی می‌کنیم که ورق تحت بارگذاری همزمان در ۴ لبه خود باشد. برای این منظور سه حالت مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت اول بارهای وارد بر ۴ لبه همگی مساوی و فشاری، در حالت دوم بار وارد بر لبه های عرضی دو برابر بار وارد بر لبه های طولی و در حالت سوم فرض میشود که بارهای وارد بر ۴ لبه مساوی اما بر دو وجه به صورت فشاری و دو وجه دیگر به صورت کششی است. طبق بررسیهای انجام شده حالت چیدمان یک در میان قرینه اندکی بهینه تر از بقیه حالات است و به همین جهت به آوردن نمودارهای همین حالت بسنده میشود. همگی نتایج مربوط به مصالح گرافیت اپوکسی است. شکل کلی نمودارها برای کولار اپوکسی نیز مشابه است که آنها نیز جهت اختصار حذف شده اند. در مورد حالت ۷ لایه نیز شکل کلی نمودارها تقریباً مشابه حالت ۵ لایه میباشد که این نمودارها نیز جهت اختصار حذف شده اند. نمونه ای از نتایج در شکل‌های ۸ تا ۱۳ قابل مشاهده است.



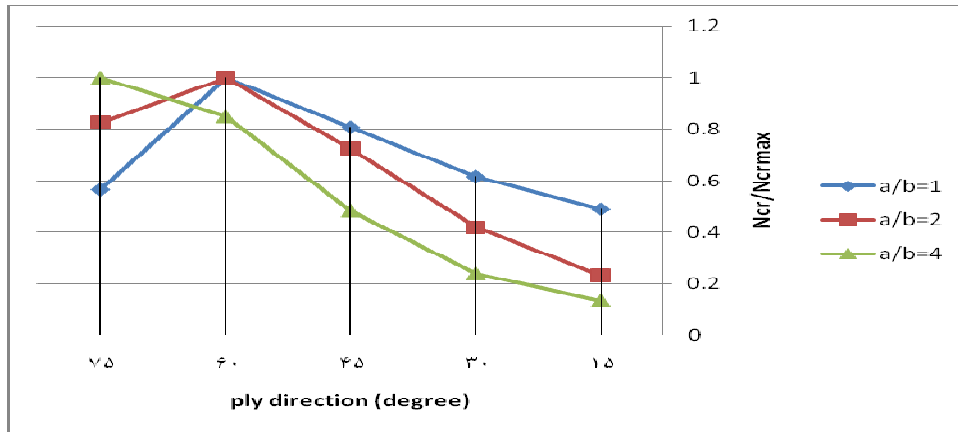
شکل ۸- تغییرات بار بحرانی کماتش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود سه لایه برای گرافیت اپوکسی ($N_y = N_x$)



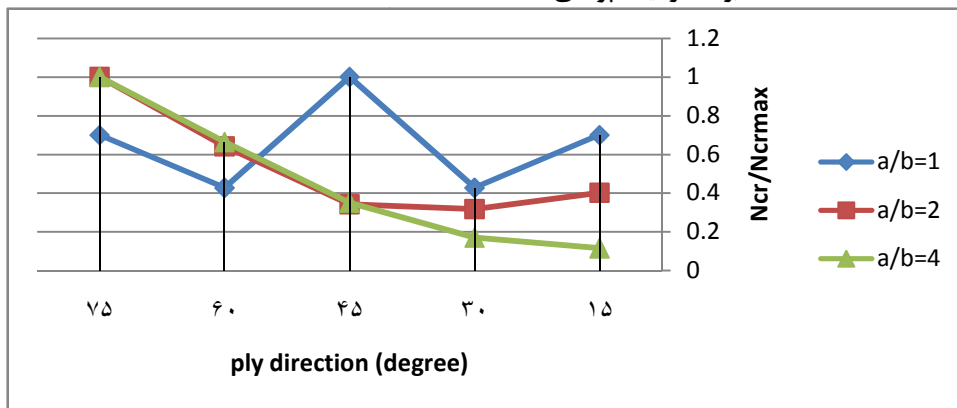
شکل ۹- تغییرات بار بحرانی کماتش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود پنج لایه با چیدمان حالت اول (هر لایه در جهت قرینه لایه مجاور) برای گرافیت اپوکسی ($N_y = N_x$)



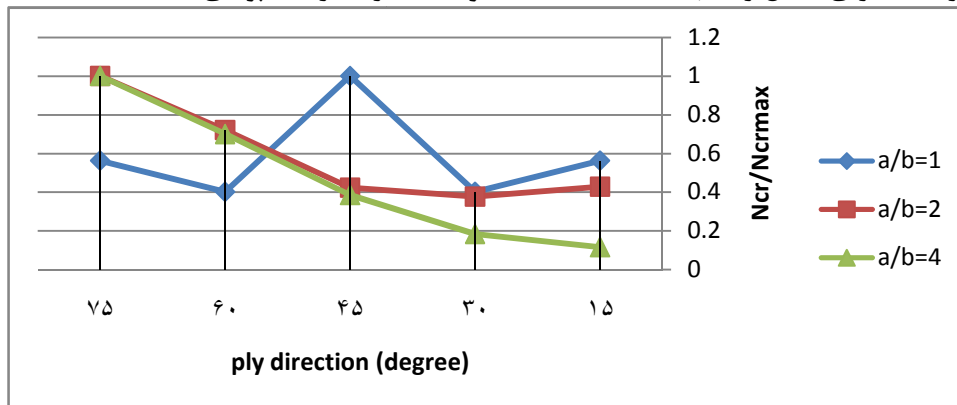
شکل ۱۰- تغییرات بار بحرانی کماتش بر حسب زاویه لمینه در حالت وجود سه لایه برای گرافیت اپوکسی ($N_x = 2N_y$)



شکل ۱۱- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمبینه در حالت وجود پنج لایه با چیدمان حالت اول (هر لایه در جهت قرینه لایه مجاور) برای گرافیت اپوکسی ($N_x=2N_y$)



شکل ۱۲- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمبینه در حالت وجود سه لایه برای گرافیت اپوکسی ($N_x=-N_y$)



شکل ۱۳- تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب زاویه لمبینه در حالت وجود پنج لایه با چیدمان حالت اول (هر لایه در جهت قرینه لایه مجاور) برای گرافیت اپوکسی ($N_x=-N_y$)

در این بخش نتایجی که بر اساس شکلکهای ۸ تا ۱۳ به دست آمد نسبت به حالت بارگذاری تک محوره مقداری متفاوت است. نتایج به دست آمده برای ورقهای مربع شکل متفاوت از ورقهای مستطیلی با نسبت طول به عرض اقل از ۲ است. در حالت ورق مربعی شکل وقتی یکی از دو وجه تحت کشش و دیگری تحت فشار است زاویه ۴۵ درجه و وقتی که هر دو وجه تحت فشار یکنواخت و مساوی هستند زوایای ۳۰ و ۶۰ و وقتی که بار وارد بر وجه افقی دو برابر بار وارد بر وجه عمودی باشد، زاویه ۶۰ درجه بهینه خواهد بود. در مورد ورقهای مستطیلی با نسبت طول به عرض اقل از ۲ در عمده موارد با افزایش زاویه با محور طولی ورق، مجموعه در برابر کمانش بهینه تر میشود.

۴. صحت سنجی نتایج

در این بخش به مقایسه نتایج به دست آمده در این روش با نمونه کارهای دیگر میپردازیم. برای این منظور مقایسه هایی از نتایج این روش را با نتایج ناشی از مراجع شماره [۲] و [۷] انجام میدهم. مدل مورد بحث در اینجا یک ورق مربعی شکل با تکیه گاههای ساده در ۴ لبه میباشد. ضخامت کل ورق یک درصد بعد ورق لحاظ شده است. از نظر چیدمان لایه ها نیز سه حالت فرض شده است. در حالت اول از سه لایه با چیدمان [0, 90, 0] و در حالت دوم از دو لایه با چیدمان [-45, 45] و بالاخره در حالت سوم از چیدمان [0, 90]s استفاده شده است. مشخصات مصالح سه مدل اول نیز به شرح زیر است:

$$E_1/E_2=25, G_{12}/E_2=0.5, G_{13}/E_2=0.5, G_{23}/E_2=0.2, \nu_{12}=0.25$$

جوابها نیز بر اساس پارامتر بیبعد زیر بیان میشود:

$$N'_{cr}=N_{cr} * b^2 / (E_2 * h^3)$$

برای آخرین مدل مشخصات زیر مورد استفاده قرار گرفته شده است:

$$E_1/E_2=14, G_{12}/E_2=0.5, G_{13}/E_2=0.5, G_{23}/E_2=0.2, \nu_{12}=0.3$$

برای آخرین مدل مقایسه فقط با مرجع [۲] انجام شده است و بر اساس مرجع [۷] نتیجه ای جهت مقایسه موجود نبوده است.

در رابطه بالا b و h به ترتیب بعد صفحه و ضخامت صفحه میباشد. خلاصه نتایج برای سه حالت در جدول ۴ نمایش داده شده است:

جدول ۴- مقایسه نتایج روش این پژوهش با جوابهای حاصل از روش مراجع [۲] و [۷]

چیدمان لایه ها	حالت بارگذاری	نتیجه بر اساس این پژوهش	نتیجه بر اساس مرجع ۲	درصد اختلاف	نتیجه بر اساس مرجع ۷	درص اختلاف با این پژوهش
[0,90,0]	تک محوره	23.1459	23.363	0.9%	23.425	1.2%
[-45, 45]	تک محوره	17.2176	17.584	2.1%	16.722	2.9%
[0,90,0]	دو محوره	11.0723	11.682	5.5%	11.714	5.8%
[0,90]s	دو محوره	7.742	7.717	0.3%	-	-

همانطور که در جدول ۴ دیده میشود اختلاف این روش با مراجع دیگر حداکثر اختلافی کمتر از ۶ درصد دارد.

۵. نتیجه گیری

بر اساس بررسی هایی که در این پژوهش انجام شد میتوان به طور خلاصه نتایج زیر را گرفت:

- ۱- چیدمان لایه ها به صورتی که هر لایه قرینه لایه مجاور خود باشد در عمده موارد بهینه تر از حالات دیگر است.
- ۲- بر اساس بررسی های انجام شده روی دو ماده کولار اپوکسی و گرافیت اپوکسی، نتایج از نظر زاویه بهینه تفاوتی بین این دو حالت ندارد و میتوان نتیجه گرفت که برای مواد کامپوزیت با مصالح معمول زاویه بهینه مستقل از جنس مصالح است.
- ۳- بر اساس نتایج به دست آمده، رفتار ورقهای مستطیلی از نظر زاویه بهینه با نسب طول به عرض ۲ و بزرگتر در عمده موارد مشابه یکدیگر بوده اما با ورقهای مربعی شکل در برخی متفاوت تفاوت قابل توجهی دارد.

در جدول ۵ نیز زاویه بهینه بر حسب نوع بارگذاری و اینکه ورق مربعی و یا مستطیلی با نسبت طول به عرض بیش از ۲ باشد بر اساس نتایج این پژوهش ذکر شده است. نتایج ذکر شده با این فرض است که زاویه مورد نظر جهت چیدمان لایه ها یکی از ۵ گزینه ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ باشد.

جدول ۵- نتایج مربوط به زاویه بهینه بر حسب بارگذاری بر اساس نتایج این پژوهش

حالت بارگذاری	نوع ورق	زاویه بهینه
Only Nx	مربع (سه لایه)	60
	مستطیلی (سه لایه)	45
	مربع (پنج و هفت لایه)	45
	مستطیلی (پنج و هفت لایه)	45
Only Ny	مربع	30
	مستطیلی	75
Nx=Ny	مربع	30 یا 60
	مستطیلی	75



$N_x=2N_y$	مربع یا مستطیل با نسبت طول به عرض ۲	60
	مستطیل با نسبت طول به عرض ۴	75
$N_x=-N_y$	مربع	45
	مستطیلی	75

۱۲. مراجع

1. Robert M. Jones. (1999), "Analysis Mechanics of composite materials," Second edition.
2. J.N. Reddy (2003), "Mechanics of Laminated composite plates and shells theory and analysis ", second edition
3. Youshihiro Narita , Arthur W.Leissa. (1990), "Buckling studies for simply supported symmetrically plates", Int. J.Mech .Sci. Vol 32, No 11, pp.909-924
4. S.Adali, M.Walker, V.E.Verijenko. (1996), " Multiobjective optimization of laminated plates for maximum prebuckling , buckling and postbuckling strength using continuous and discrete ply angles". composite structures No 35, pp. 117-130 .
5. S.Adali, M.Walker, V.E.Verijenko. (1996), "Optimal design of symmetric angle-ply laminates subject to nonuniform buckling loads and in-plane restraints". Thin-walled structures. Vol.26 , No.1 .pp.45-60.
6. Aleksander Muc.(1988), "Optimal fiber orientation for simply-supported, Angle-ply plates under biaxial compression". Composite Structures. No 9. pp. 161-172.
7. Umut Topal, Umit Uzman, (2010) , "Multiobjective optimization of angle-ply laminated plates for maximum buckling loads". Finite elements in analysis and design , No 46 , pp. 273-279.
8. I.Shufrin , O.Rabinovitch, M.Eisenberger, (2008) " Buckling of symmetrically laminated rectangular plates with general boundary conditions - A semi analytical approach". Composite structures , No 82, pp. 521-531.
۹. احمدرضا قاسمی و محمد هادی حاج محمد . (۱۳۹۱)، "بهینه سازی چیدمان چند لایه های کامپوزیتی با استفاده از روش سطح پاسخ و الگوریتم ژنتیک به منظور افزایش حد تحمل بار کمانش،" روشهای عددی در مهندسی ، سال ۳۱، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۱